

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 55.

1. *Farbenphotographie durch Körperfarben
und mechanische Farbenanpassung in der Natur;
von Otto Wiener.*

1. Gang der Untersuchung.

Bei der Untersuchung stehender Lichtwellen¹⁾ stiess ich zum erstenmal auf die Frage nach der grundsätzlichen Möglichkeit der Farbenphotographie. Zenker hatte die damals schon vorhandenen Verfahren durch die Wirkung stehender Lichtwellen erklärt.²⁾ Gegen diese Erklärung waren aber von Schultz-Sellack³⁾ Einwände erhoben worden, welche noch nicht entkräftet waren. Aus diesem Grunde und weil mir die Möglichkeit der Herstellung durchsichtiger dicker photographischer Schichten unbekannt war, glaubte ich die Lösung der Frage fernerliegend. Diese Schwierigkeit überwandt aber bald nachher Lippmann⁴⁾ und gelangte zu einem Verfahren der Farbenphotographie durch absichtliche Hervorrufung stehender Lichtwellen, also durch Anwendung der Zenker'schen Theorie.

Ob diese Theorie aber auch die alten Verfahren erklärte, war damit noch nicht bewiesen; und so fanden meine Gedanken in dieser Richtung keinen festen Ruhepunkt. Ich entschloss mich daher, durch neue Versuche die Ursache der Farbenwiedergabe bei jenen alten Verfahren zu ermitteln.

1) Wiener, Wied. Ann. **40**. p. 205. 1890.

2) Zenker, Lehrb. der Photochromie. Berlin, Selbstverlag des Verf. 1868. Bei meiner früheren Untersuchung war mir entgangen, dass auch Lord Rayleigh gelegentlich der Untersuchung der Wellenausbreitung in einem Medium von periodischer Structur (Phil. Mag. (5) **24**. p. 158 Anm. 1887) auf die Möglichkeit jener Erklärung aufmerksam gemacht hatte. Andererseits kannte er auch nicht die 19 Jahre früher veröffentlichte Theorie von Zenker.

3) Schultz-Sellack, „Ueber die Färbung der trüben Medien und die sogenannte farbige Photographie.“ Pogg. Ann. **143**. p. 449. 1871.

4) Lippmann, Compt. rend. **112**. p. 274. 1891.

Sie bilden den Ausgangspunkt und einen wesentlichen Gegenstand der folgenden Mittheilung.

Jene Einwände von Schultz-Sellack sind keineswegs ohne weiteres zu verwerfen. Er bestritt das Zustandekommen regelmässiger stehender Lichtwellen in Pulvern. Pulver hatten in der That zur Farbenabbildung gedient, und zwar schon in dem ersten gefundenen Verfahren von Seebeck, dessen Beobachtungen im Jahre 1810 in Goethe's Farbenlehre¹⁾ veröffentlicht wurden. Seebeck benutzte feuchtes, am Licht grau gewordenes Chlorsilber, das er auf Papier strich.

Schultz-Sellack's Einwand bezieht sich in erhöhtem Maasse auf die Verfahren, bei denen Papier der Träger der lichtempfindlichen Stoffe ist, indem es dazu in verschiedenen Lösungen gebadet wird, z. B. bei Poitevin's Verfahren.

Keine Geltung hat er natürlich bei solchen, die eine gleichförmige durchsichtige Schicht eines lichtempfindlichen Stoffes mit gut spiegelnder Unterlage benutzen, wie das Verfahren von Becquerel, der blanke Silberplatten durch Electrolyse bis zu einer bestimmten Tiefe chlorirte.

Ein zweiter Einwand von Schultz-Sellack gründet sich auf die Möglichkeit der Entstehung von Farben durch eine mechanische Zertheilung der Schicht, welche durch die Belichtung hervorgerufen werden kann und deren Grad nicht durch die Farbe, sondern durch die Wirkungsstärke des auffallenden Lichtes bestimmt wird. Die Farbenwiedergabe wäre demnach nur eine zufällige. Diese Erklärung wird indess in Abschnitt 5 als irrig nachgewiesen.

Neue Zweifel an der Allgemeingültigkeit der Zenker'schen Theorie bringen aber die Ergebnisse der Untersuchungen Carey Lea's²⁾ über die Silberhaloidsalze. Er wies nach, dass die durch farbige Beleuchtung auf vorbelichtetem Chlorsilber entstehenden farbigen Stoffe sich auch auf rein chemischem Wege im Dunkeln herstellen liessen.

1) Goethe, Farbenlehre 2. p. 716. Den dort mitgetheilten Aufsatz von Seebeck fand ich in keiner Ausgabe der gesammelten Werke Goethe's, die ich nachschlug, abgedruckt.

2) Carey Lea, „On Red and Purple Chloride, Bromide and Jodide of Silver; on Heliochromy and on the Latent Photographic Image“. Am. Journ. (Ser. III) 33. p. 349. 1887.

Ebenso hat neuerdings H. Krone¹⁾ für das Poitevin'sche Verfahren eine Reihe von Reactionen angegeben, welche durch die Belichtung ausgelöst werden, wonach auf chemischem Wege verschiedene farbige Körper in dem lichtempfindlichen Stoffe entstehen können. Er äussert daher²⁾: „Die Poitevin'sche Methode beruht auf rein chemischen Vorgängen“ und ist „von Grund aus von der Lippmann'schen verschieden.“

Aber er bedient sich auch der folgenden Worte³⁾: „Dieser causale Zusammenhang“ — nämlich zwischen Farbe der Beleuchtung und der erwähnten chemisch entstehungsfähigen Körper — „ist rein physikalischer Natur und nur unter Bezugnahme auf die Vorgänge und die sich aus der Beobachtung als richtig ergebenden Erfahrungen über die Wellenbewegung und die Natur des Lichtes mehr und mehr zu ergründen.“

Ob nun die Zenker'sche Theorie auf jenes Verfahren keine Anwendung findet, wird nicht ausdrücklich angegeben, wofür auch die Beweise fehlten. Im Gegentheil äussert Krone⁴⁾, „dass unsere heutige Kenntniss über das Wesen photographischer Farbenerzeugung, soweit diese bis jetzt überhaupt erschlossen ist, auf Zenker's Theorie beruht.“

Er meint also doch wohl, dass sie noch nicht ganz erschlossen ist; und das geht auch hervor aus dem folgenden, dem vorher citirten sich anschliessenden Satze: „Nehmen wir in Bezug auf die von uns bis hierher besprochenen“ — von mir als alte bezeichneten — „Farbenprocesse an, dass uns die Farbenresultate darin deshalb mit dem bestrahlenden farbigen Lichte identisch erscheinen, weil die Molecüle der belichteten Schicht mit denselben Wellenlängen weiterschwingen, unter denen sie von dem bestrahlenden Lichte getroffen wurden.“

Die in dem letzten Satz ausgesprochene Annahme führt

1) In einem Vortrage, veröffentlicht in der Deutschen Photographenzeitung p. 327 ff. 1891 und in seinem Buche „Darstellung der natürlichen Farben durch Photographie“, Verlag der Deutschen Photographenzeitung p. 43. 1894.

2) Zu Beginn desselben Vortrags.

3) Das citirte Buch p. 49.

4) Sein Buch p. 38.

aber zu keiner Erklärung der Farbenwiedergabe; denn da die belichtete Platte nicht selbstleuchtend geworden ist, müsste das Weiterschwingen der Moleküle gerade die Absorption der früheren Beleuchtungsfarben zur Folge haben und die Platte in den jeweils zu diesen complementären Farben erscheinen lassen.

Bei der geschilderten Sachlage musste vor allem die grundsätzliche Frage aufgeworfen werden:

Sind die bei den alten Verfahren auftretenden Farben Scheinfarben oder Körperfarben, d. h. durch Interferenz oder Absorption entstanden?

Im ersten Fall, der von der Zenker'schen Theorie gefordert wird, fragt es sich weiter, wie ist es dann möglich, dass auch auf chemischem Wege dieselben Farben sich bilden können? Sollte es denkbar sein, dass durch chemische Wirkung ein Körper mit geschichtetem Bau entsteht, der Interferenzfarben zur Folge hat? In der That führt Krone¹⁾ diese bemerkenswerthe Möglichkeit an; und es erhellt daraus, dass man dann ein Verfahren als ein chemisches bezeichnen könnte, ohne die Zenker'sche Theorie verwerfen zu müssen.

Im zweiten Fall aber wäre die Zenker'sche Theorie nicht anwendbar, und man stände vor dem merkwürdigen und meines Wissens neuen Ergebniss der grundsätzlichen Möglichkeit, dass farbige Beleuchtung übereinstimmende Körperfarben erzeugen kann.

Doch könnte jemand vielleicht bei solcher Zuspitzung der Frage auf den Gedanken verfallen, Absorptions- und Interferenzfarbe seien nicht grundsätzlich verschieden, jene auf diese zurückführbar. Es würde das auf die von Wrede²⁾ entwickelte Interferenztheorie der Absorption hinauslaufen. Eine solche Annahme verträge sich aber nicht mit der That-
sache, dass die Metalle schon bei etwa $\frac{1}{100}$ Wellenlänge Dicke die eigenthümliche Absorptionsfarbe zeigen. Grundsätzlich wird sie widerlegt, wie schon vor langem durch Stokes und Rudberg ausgeführt wurde, durch den Umstand, dass Absorption mit einem Verlust an Licht verbunden ist, dessen

1) In dem citirten Vortrag.

2) Wrede's Theorie und Widerlegung vgl. bei Wüllner, Lehrb. der Experimentalphysik 2. p. 456, 4. Aufl. 1883.

Energie in eine andere Form, z. B. der Wärme oder der chemischen Energie verwandelt wird, während bei Interferenz allein kein Licht verloren gehen kann, reflectirtes und durchgehendes zusammen das einfallende ausmachen, also complementär zu einander sein müssen bei weisser Beleuchtung.

Wie kommt es aber, dass jene Frage des Farbenursprungs bei den alten Farbenphotographien nicht schon längst leicht entschieden werden konnte? Darauf gab schon Zenker¹⁾ die Antwort. Der Grundbestandtheil derselben ist Chlorsilber, bez. eine niederere Chlorstufe dieses Salzes. Der Brechungsexponent des reinen Chlorsilbers ist etwa zwei, für chlorärmere Verbindungen vermuthlich noch grösser. Wenn also ein Lichtstrahl auch unter beträchtlichem Einfallswinkel auf das Chlorsilber fällt, so wird er innerhalb desselben vermöge der starken Brechung doch nahe senkrecht zur Oberfläche sich fortsetzen und der Gangunterschied der Interferenz wird gegenüber senkrechtem Einfall nur unmerklich geändert.

Der Brechungsexponent der empfindlichen Schicht bei Lippmann's Verfahren dagegen, welche in der Hauptmasse aus Collodium oder Gelatine besteht, ist nur etwa 1,5. Dort ist der Einfallswinkel von Einfluss, die Farben ändern sich mit demselben in unerwünschter Weise.

Die Interferenznatur der Farben und der geschichtete Bau bei Lippmann'schen Gelatineplatten lässt sich noch in anderer Weise erkennen. Verschiedene Beobachter²⁾ hauchten auf solche Platten und sahen an die Stelle der ursprünglichen Farben solche von grösserer Wellenlänge treten; dies beweist, dass die Farben von einem veränderlichen Abstand abhängen, nämlich dem der Elementarspiegel im Innern, welcher durch die Aufquellung der Gelatine vergrössert wird.³⁾

1) Zenker, Photochromie p. 85.

2) Meslin, Ann. de chim. et de phys. 6. Ser. 27. p. 381. 1892; Krone, „Darst. der natürl. Farben“ p. 66; Valenta, „Die Photographie in natürlichen Farben“, p. 68. Halle a. S., Verlag von Wilh. Knapp. 1894.

3) Mit Unrecht glaubt Dr. Neuhauss (Photogr. Rundschau p. 295. 1894) gegen das Zutreffen der Zenker'schen Theorie bei Lippmann's Verfahren aus einer bei den unentwickelten Platten beobachteten Korngrösse bis 0,0003 mm einen Einwand herleiten zu können. Nicht vollkommene Kornlosigkeit, wie er meint, sondern ausreichende Durchsichtigkeit ist erforderlich für das Zustandekommen stehender Lichtwellen.

Ich habe diesen Versuch wiederholt und vor grösserer Zuhörerschaft das Hauchen durch Anblasen mit einem Dampfstrahl ersetzt; in dem auf die Wand geworfenen Bild des photographirten Spectrums verschoben sich dann die Farben mit grosser Geschwindigkeit nach dem violetten Ende zu und kehrten ebenso wieder zurück, als die Feuchtigkeit durch eine Bunsenflamme aus der Gelatineschicht wieder vertrieben wurde.

Dieser Versuch lässt sich aber bei den alten Verfahren nicht anstellen.

Zenker¹⁾ versuchte den Lichtstrahlen im Chlorsilber eine grössere Neigung gegen die Oberflächennormale zu geben, indem er sie erst durch eine Flüssigkeit von hohem Brechungsexponent hindurchschickte; doch ohne Erfolg. Dieser muss ausbleiben, so lange nur eine planparallele Schicht eines solchen Körpers benutzt wird. Denn durch die Brechung in diesem wird der ursprüngliche Einfallswinkel wieder verkleinert.

Eine solche Verkleinerung kann nicht eintreten, wenn der Lichtstrahl durch eine senkrechte Grenzfläche in den aufgelegten Körper eintritt: hier hatte ein neuer Versuch einzusetzen.

Ich benutzte ein rechtwinkliges Glasprisma vom Brechungsexponent $n_D = 1,75$, welches mit der Hypotenusenfläche auf das Farbenbild aufgelegt wurde, indem die zwischenliegende Luftschicht durch Benzol verdrängt wurde. Für die durch eine Seitenfläche senkrecht eintretenden Lichtstrahlen ist dadurch ein Einfallswinkel von 45° in stark brechendem Mittel erzwungen und der in das Chlorsilber eintretende Strahl muss so einen beträchtlichen Winkel mit der Oberflächennormale bilden. Der Gangunterschied der interferirenden Lichtwellen wird dadurch gegenüber senkrechtem Einfall stark verändert; und je nachdem die Farben sich dabei ändern oder nicht, sind sie Interferenz- oder Körperfarben. Beschreibung und Theorie dieses Prismenversuches folgen in Abschnitt 6.

War nun das Spectrum nach dem Verfahren von Becquerel hergestellt, so hat man den überraschenden Anblick, dass ein durch das Prisma betrachteter Theil des Spectrums im Vergleich zu dem freigelassenen, unmittelbar durch Luft betrachteten, bedeutend gegen das äusserste Roth zu verschoben erscheint.

1) Zenker, Photochromie p. 85.

Gerade diese Farbenverschiebung ist zu erwarten, wenn die Zenker'sche Theorie richtig ist.

Zenker gebührt also das Verdienst, die Ursache der Farbenwiedergabe bei dem Becquerel'schen Verfahren schon im Jahre 1868 richtig in der Wirkung stehender Lichtwellen erkannt zu haben.

Der photographische Stoff ist nun bei dem Seebeck'schen Verfahren derselbe. Der einzige Unterschied liegt in der Form. Seebeck benutzte Pulver, Becquerel eine homogene Schicht von chlorthürhaltigem Silberchlorid. Die Farbenverschiebung beim Prismenversuch ist also in der gleichen Stärke wie bei der Becquerel'schen Platte zu erwarten, wenn die Ursache der Farbenentstehung die gleiche ist. Die Verschiebung ist aber in Wirklichkeit nicht vorhanden, ebensowenig bei dem Poitevin'schen Verfahren:

Der Einwand von Schultz-Sellack erweist sich gerade bei den Verfahren stichhaltig, bei denen er von vornherein zulässig erscheint.

Denn in feinem Pulver und in Papier können keine regelmässigen stehenden Wellen zu Stande kommen.

Mit Recht wird man aber fragen: warum entstehen auf der Becquerel'schen Platte nicht auch Körperfarben, die doch die gleichen Stoffe enthält wie die Seebeck'sche? Es erscheint ja nicht ausgeschlossen, dass dort neben den nachgewiesenen Interferenzfarben noch Körperfarben auftreten. In der That konnte ich zeigen, dass bei dem Becquerel'schen Verfahren auch Körperfarben mitwirken. Die Beweise dafür sind in Abschnitt 11 enthalten. Die Farben der Platten von Seebeck und Poitevin dagegen sind ausschliesslich Körperfarben.

Es gibt also Verfahren der Farbenphotographie, die sich nicht durch die Zenker'sche Theorie erklären liessen:

Es gibt Stoffe, in denen farbige Beleuchtung übereinstimmende Körperfarben erzeugt, die ihre Farbe also nicht der Interferenz, sondern einer ihnen eigenthümlichen, durch die chemische Beschaffenheit bedingten Absorption verdanken.

Wie ist aber solcher Vorgang denkbar? Der Gedanke einer möglichen Antwort kam mir beim Lesen der genannten Arbeit Carey Lea's. Die erwähnten verschiedenfarbigen Ver-

bindungen von Chlor und Silber sind nach ihm Molecularverbindungen von Silberchlorid und -chlorür, jedoch nicht durch bestimmte Verhältnisszahlen ausdrückbar. Er fasst sie unter dem Namen Photochlorid zusammen. Die nämlichen farbigen Verbindungen entstehen auch unter Einwirkung des Lichtes auf einem Grunde, der aus Silberchlorid und -chlorür besteht, wie es z. B. bei Seebeck's Verfahren der Fall ist. Dass solche Verbindungen überhaupt durch Belichtung entstehen, bietet dem Verständniss keine Schwierigkeit.

Warum aber entstehen die mit der Beleuchtungsfarbe gleichfarbigen Verbindungen? Was hat z. B. bei rother Beleuchtung ein rothes Photochlorid für einen Vorzug gegenüber einem andersfarbigen?

Es hat den physikalischen Vorzug, diese Farbe besser zu reflectiren, als die andersfarbigen Verbindungen. Farbiges Licht aber, das reflectirt wird, wird nicht absorbirt und kann daher auch keine Zersetzung hervorbringen, für welche die Absorption des Lichtes Vorbedingung ist. Von allen möglichen Verbindungen, welche aus dem durch die Belichtung gestörten chemischen Gleichgewicht hervorgehen können, besitzt also die rothe Verbindung den Vorzug der Unzerstörbarkeit bei fortgesetzter Beleuchtung. Nach den Vorstellungen der kinetischen und neueren chemischen Theorien müssen wir aber annehmen, dass bei dem gestörten Gleichgewicht alle möglichen Verbindungen zeitweilig thatsächlich von einigen Molecülgruppen gebildet werden. Von diesen bleiben aber nur die rothen dauernd ungestört, während die andersfarbigen das rothe Licht absorbiren und also dadurch auch wieder zerstört werden können.

Dies ist eine Vorstellung von dem Vorgang, der sich ungezwungen aus anerkannten Thatsachen und Anschauungen ergibt.

Ihre Richtigkeit lässt sich leicht prüfen; denn sie verlangt z. B. die Zersetzbarkeit der rothen Verbindung durch andere als die rothe Beleuchtung, die Unzerstetzbarkeit durch diese selbst.

Ein solches Experiment liegt bereits unter den Versuchen Carey Lea's¹⁾ vor. Er entwarf auf rosafarbigem Photochlorid

1) Carey Lea, Amer. Journ. of Sc. (3.) 33. p. 363. 1887.

ein Spectrum; alle Farben veränderten es, indem sie mehr oder weniger gut ihre eigene Farbe demselben aufprägten mit Ausnahme des Roth: „in the red it remained unchanged.“

Ich selbst stellte zur Prüfung der gegebenen Erklärung Versuche an, bei denen die empfindliche Platte der Reihe nach zwei unter rechtem Winkel gekreuzten Spectren ausgesetzt wurde. Dieselben werden in Abschnitt 13 mitgetheilt und erweisen die Richtigkeit der gegebenen Erklärung.

Einen Stoff, welcher die von jener Erklärung behufs vollkommener Farbenwiedergabe geforderten Eigenschaften besitzt, nenne ich einen *farbenempfindlichen Stoff*. Diese Eigenschaften werden im Abschnitt 12 genau erörtert.

Durch jenen Zusammenhang ist eine neue Grundlage für weitere Verfahren der Farbenphotographie geschaffen. Denn der Vorgang ist nicht an bestimmte Stoffe gebunden. Es erscheint jeder Farbstoff, der unter bestimmten Umständen vom Licht zersetzt werden kann, geeignet, bei neuen Verfahren mitzuwirken.

Freilich scheint mit der Entstehungsweise dieser Farben ihre Unfähigkeit sich fixiren zu lassen, grundsätzlich verbunden zu sein. Denn ihr Vermögen der Farbenwiedergabe ist an ihre Zersetzbarkeit im Lichte geknüpft. In der That besaßen die Farben bei jenen alten Verfahren nur einen geringen Grad der Fixirbarkeit. In welcher Weise diese vielleicht doch zu erreichen ist, wird im Abschnitt 14 erörtert.

Was noch das Zustandekommen der Farbenwiedergabe betrifft, so nennt man die Erwerbung der Widerstandsfähigkeit gegen äussere Einwirkungen eine Anpassung. Daher könnte man die so' entstandenen Farben *Anpassungsfarben* nennen, wobei man sich bewusst bleibt, dass es sich um einen physikalisch-chemischen, im letzten Grunde mechanischen Vorgang handelt. Eine derartige Anpassung kann man als eine *mechanische Anpassung* bezeichnen.

Es liegt hier die Frage nahe, sollte nicht auch die farbenreiche Natur farbenempfindliche Stoffe hervorbringen, deren Eigenschaften also mit denen der Träger jener Farbenphotogramme übereinstimmen? Sollten nicht gewisse Anpassungsfarben in der Natur sich auch auf diesem Wege erklären?

Freilich denkt man sich die Anpassung in der Natur fast

stets nach dem Darwin'schen Grundsatz der natürlichen Züchtung durch Auslese der vortheilhaft abändernden Lebewesen entstanden. Eine solche biologische Anpassung meine ich nicht, sondern eine mechanische.

Diese Vermuthung scheint sich in der That zu bestätigen durch Beobachtungen, die ich in biologischen, durch die Freundlichkeit von Prof. Dr. Oltmanns aus Freiburg mir empfohlener Werke mitgetheilt fand.

Zunächst stiess ich auf die folgenden Bemerkungen in dem Werke von Theodor Eimer „Die Entstehung der Arten auf Grund von Vererben erworbener Eigenschaften nach den Gesetzen organischen Wachstums. Ein Beitrag zur einheitlichen Auffassung der Lebewelt“.¹⁾

Eimer tritt einer zu weitgehenden Werthschätzung der biologischen Anpassung für die Uebereinstimmung der Färbung eines Thieres mit der Umgebung entgegen und weist auf die bei raschen Farbenänderungen mögliche chemische Wirkung des Lichtes hin. Man hat beobachtet, „dass Schmetterlingspuppen während ihrer Entwicklung von der Farbe ihrer Umgebung derart beeinflusst werden, dass sie diese Farbe annehmen“, „z. B. die rothe Farbe eines sie umhüllenden Tuches.“ Zur Erklärung dieser merkwürdigen Beobachtung nimmt er an, dass der Stoff, aus welchem die Puppenhülle gemacht ist, „derart beschaffen ist, dass er das vom Menschen zur Zeit so sehnlich erstrebte Ziel der Farbenphotographie erfüllt.“²⁾

Bei der Möglichkeit solchen Zusammenhanges wird man es als berechtigt anerkennen, dass ich ihn hier zur Sprache bringe, auch ohne ihn durch eigene Versuche bestätigen zu können. Es wäre mir auch kaum möglich, in Kurzem etwas Neues hinzuzufügen zu den vortrefflichen, eingehenden und langjährigen Versuchen, welche Poulton³⁾ über die Farbenanpassung der Raupen und ihrer Puppen angestellt hat.

Nach diesen ist man zweifelsohne in den von ihm untersuchten Fällen nicht berechtigt, die Raupenhaut unmittelbar mit einer photographischen Platte zu vergleichen. Es treten noch physiologische Vorgänge hinzu. Gleichwohl werde ich

1) Eimer, Jena, Verl. v. Gustav Fischer 1888.

2) l. c. p. 155.

3) Poulton, Die Citate vgl. in Abschnitt 15.

an Hand der Beobachtungen Poulton's zu zeigen versuchen, dass das Pigment der Raupenhaut während der empfindlichen Stadien in einem gewissen Maasse die Eigenschaften eines farbenempfindlichen Stoffes besitzt.

Wenn aber mechanische Anpassung in diesem Fall vorlag, kann sie dann nicht eine allgemeinere Mitwirkung bei der Gestaltung der Lebewelt haben?

Auch diese Vermuthung fand ich bestätigt, zunächst in einem Aufsatz von August Weismann „Aeusserer Einflüsse als Entwicklungsreize“.¹⁾

Er benennt den hier als mechanische Anpassung bezeichneten Vorgang, sofern er sich an Lebewesen abspielt, als „Intraselection“²⁾ und beruft sich auf das 1881 erschienene Werk von Wilhelm Roux „Der Kampf der Theile im Organismus, ein Beitrag zur Vervollständigung der mechanischen Zweckmässigkeitslehre“.³⁾ Dieser bezeichnet den Vorgang als „functionelle Anpassung“ und bespricht denselben in allgemeiner Weise als entstanden durch den „Kampf der Molecüle“, „Kampf der Zellen“.⁴⁾ Unter „Molecüle“ versteht er die kleinsten organischen Prozesseinheiten. Im vorliegenden Falle wäre „Molecüle“ wörtlich zu nehmen.

In der That lässt sich die Wiedergabe der Beleuchtungsfarbe durch einen Körper treffend in bildlicher Ausdrucksweise erklären durch den Sieg der mit ihr gleichfarbigen Molecüle im Kampfe mit den andersfarbigen, errungen durch die Fähigkeit, das ankommende Licht am besten zurückzuwerfen.

Damit führt die Anwendung der Erklärung alter Verfahren der Farbenphotographie auf die Erklärung gewisser Anpassungsfarben in der Natur zu der Unterordnung dieser Erscheinung unter allgemeinere Erscheinungsgruppen, welche als Vorgänge mechanischer Anpassung anerkannt werden.

Ich gehe nun zu den experimentellen Beweisen und der genaueren Begründung und Ausführung des Gesagten über.

1) A. Weismann, Jena, Verl. v. Gustav Fischer 1894.

2) p. 6.

3) W. Roux, Leipzig, Verl. v. Wilhelm Engelmann.

4) Der Kampf der Gewebe und Kampf der Organe ist, wie Roux selbst bemerkt, nicht auf gleiche Linie zu setzen, weil dabei nicht gleichartige Theile in Kampf treten.

Zuvor drängt es mich aber den Hrn. Arzruni, Grottrian, Holzapfel und Wüllner, Professoren an der hiesigen technischen Hochschule meinen Dank für ihre Unterstützung auszusprechen. Da ich leider manche feinere Farbenunterschiede schwer beurtheile, gebe ich keine Farbenbeobachtungen hier wieder, ohne dass sie von einem oder mehreren der Herren angestellt oder als richtig bezeichnet worden wären.

2. Apparate und Verfahren.

Zum Photographiren des Spectrums diente ein Steinheil'scher Spectralapparat, dessen Ocular durch eine kleine photographische Kammer ersetzt war. Dieselbe konnte in ein Rohr eingeschraubt werden, das in das Fernrohr passte. Die Einstellung geschah mittels einer Mattscheibe.

Die Spaltweite betrug etwa 1 mm, wo grosse Helligkeit, etwa 0,5 mm, wo mehr Reinheit des Spectrums gewünscht war. Die Länge des Spectrums betrug von A bis H_2 19,2 mm. Seine Höhe war gewöhnlich auf 15—18 mm abgegrenzt.

Als Lichtquelle diente meist der electriche Bogen einer grossen Schuckert'schen Lampe bei einer durchschnittlichen Stromstärke von etwa 30 Amp. und einer Dicke der positiven Kohle von 23 mm. Die Kohlen hatten eine Neigung von 45° gegen die Lothlinie, sodass die grösste Lichtstärke in nahezu wagrechter Richtung ausgesandt wurde. Die Belichtungszeit betrug meist eine halbe bis eine Stunde, wenngleich unter günstigen Bedingungen schon nach wenigen Minuten Farben auftraten.

Als Seebeck'sches¹⁾ Verfahren bezeichne ich allgemein dasjenige mit vorbelichtetem Chlorsilberpulver.

Ich benutzte dazu reines, im Dunkeln gefälltes und dann getrocknetes Chlorsilberpulver, brachte es dann zwischen zwei Glasplatten und verkittete deren Ränder.

Die Vorbelichtung geschah Anfangs bei einigen Platten mit violetterm und ultraviolettem, später rascher mit weissem Licht. Sie wird so lange fortgesetzt, bis das Pulver eine nicht zu dunkle violette Färbung angenommen hat.

1) Vgl. Citat p. 226. Die sämmtlichen Verfahren finden sich in den Büchern von Zenker (vgl. p. 225) und Krone (vgl. p. 227) beschrieben.

Becquerel¹⁾ hat unter verschiedenen Abänderungen gearbeitet. Ich benutzte ausschliesslich und bezeichne hier als Becquerel'sches Verfahren das ihm eigenthümliche mit galvanisch chlorirter Silberplatte, jedoch ohne nachfolgende Erwärmung.

Dazu dienten mir blank polirte galvanisch versilberte Kupfer- oder Messingplatten oder dünne Silberblechplatten selbst. Dieselben wurden in einer verdünnten Salzsäurelösung (1:8) als positive Electroden eines Stromes von 2—4 Amp. auf ca. 30 cm² Fläche einige Secunden eingetaucht. Die nach Becquerel als günstigste zu erstrebende Dicke des entstehenden Chlorsilberhäutchens wird etwa erreicht bei einer Strommenge, welche für 1 cm² Silberoberfläche 0,067 cm³ Wasserstoff auszuschcheiden vermöchte. Jene Dicke beträgt nach einer nicht genau ausführbaren Rechnung etwa 0,0016 mm. Die Platte wird nachher rasch zwischen Fließpapier getrocknet und dann mit weichem Leder abgerieben.

Poitevin's²⁾ Verfahren wurde von Zenker und Krone bearbeitet und vervollkommenet.³⁾

Nach ihren Vorschriften badete ich Rives-Rohpapier in 10 proc. Kochsalzlösung zwei Minuten lang, dann eine Minute in 8 proc. Lösung von salpetersaurem Silber. Das rasch gewaschene Blatt wird dann in einer Zinnchlorürlösung aus 5 g Zinnchlorür auf 100 cm³ Wasser dem diffusen Tageslicht ausgesetzt, bis es zu einem gewissen nicht zu hohen Grade dunkel geworden, darauf in einer Mischung von einem Theil concentrirter Kaliumbichromatlösung und zwei Theilen concentrirter Kupfervitriollösung gebadet und zwischen Filtrirpapier aufbewahrt. Es ist gut, das etwa getrocknete Papier vor der Belichtung ein wenig anzufeuchten.

Eine Entwicklung findet natürlich bei keinem dieser Verfahren statt, sondern die Farben entstehen während der Beleuchtung.

Eine Fixirung, die bei dem letzten Verfahren in geringem Grade möglich ist, habe ich nicht vorgenommen.

1) Edmond Becquerel, *Ann. de chim. et de phys.* (3) **22**. p. 451. 1848; **25**. p. 447. 1849; **42**. p. 81. 1854; vgl. auch E. Becquerel „*La Lumière*“ **2**. p. 209. Paris, Firmin Didot Frères, Fils et Cie. 1868.

2) Poitevin, *Compt. rend.* **61**. p. 1111. 1865.

3) Vgl. die erwähnten Werke.

3. Chemisches Verhalten des Chlorsilbers bei Belichtung und Electrolyse.

Es ist neuerdings von Guntz¹⁾ endgültig nachgewiesen worden, dass bei der Belichtung des Chlorsilbers Silberchlorür entsteht.

Das reine, nicht vorbelichtete Silberchlorid erweist sich nach Becquerel²⁾ unter dem Spectrum im wesentlichen nur für Violett und Ultraviolett lichtempfindlich und nimmt dabei eine violette Färbung an. Ich habe diesen Versuch mit demselben Ergebniss wiederholt.

Das so vorbelichtete aus Silberchlorid und -Chlorür bestehende Pulver ist aber für alle Spectralfarben empfindlich und gibt dieselben in gewissem Grade wieder.

Es wäre wünschenswerth gewesen zu erfahren, wie das reine Silberchlorür im Spectrum verändert wird. Hr. Dr. Hermens, Assistent am techn.-chem. Laboratorium der hiesigen Hochschule, hatte die grosse Freundlichkeit, mir solches nach den Vorschriften von Guntz³⁾ herzustellen. Es scheint aber sehr schwer zu sein, dasselbe ohne jede Beimengung von Silberchlorid zu gewinnen; auch Guntz hatte kein reines Silberchlorür.

Das chemisch hergestellte Silberchlorür verhielt sich unter dem Spectrum wie vorbelichtetes Chlorsilber. Dieser Versuch bildete also nach dem Gesagten eine Bestätigung des Guntz'schen Nachweises der Bildung von Silberchlorür durch Belichtung von Silberchlorid. Jenes Gemisch von Silberchlorür und -Chlorid hatte auch das violette Aussehen des vorbelichteten Chlorsilbers.

Das nach Becquerel galvanisch hergestellte Chlorsilber enthält ebenfalls eine Beimengung von Silberchlorür. Denn es ist für alle Strahlen des Spectrums lichtempfindlich. Es kann aber auch nicht ausschliesslich aus Silberchlorür bestehen. Denn ich erhielt einmal eine Platte, welche nur violett und ultraviolett empfindlich war. Sie enthielt also nur Silberchlorid.

1) Guntz, *Compt. rend.* 113. p. 72. 1891.

2) Becquerel, *Ann. de chim. et de phys.* (3.) 22. p. 452. 1848; vgl. auch Zenker, *Photochromie* p. 18.

3) Guntz, *Compt. rend.* 112. p. 861. 1891.

Ich hatte bei ihrer Herstellung nicht auf die Versuchsbedingungen geachtet. Sie war aber wahrscheinlich bei einem sehr schwachen Strom entstanden. Denn es gelang mir später mit einem Strom von 0,2 Amp. eine Platte herzustellen, welche im Ultravioletten stark, im sichtbaren Spectrum aber nur sehr wenig lichtempfindlich war.

Man muss also annehmen, dass eine solche Becquerel'sche Platte zum grössten Theil aus Silberchlorid besteht, zum geringeren aus Silberchlorür, dessen Menge bei stärkeren Strömen grösser wird. In Uebereinstimmung damit erscheint die von der Silberunterlage abgehobene Schicht in der Durchsicht hellviolett.

4. Die Genauigkeit der Farbenwiedergabe bei den alten Verfahren.¹⁾

Becquerel's Platten geben die Farben bei weitem am besten wieder. Sie erscheinen glänzend, ähnlich denjenigen bei Lippmann'schen Platten, und an den richtigen Stellen.

Bei den beiden anderen Verfahren sind die Farben matter und nicht so genau im Farbenton wiedergegeben.

Die Seebeck'schen Platten zeigen ausser Violett nur Blau und Roth deutlich, das Letztere aber als eine Art Rosa-rot, das Erstere oft als Graublau, ausserdem Grün meist sehr undeutlich, Gelb meist nicht zu erkennen; jedoch tritt hier stets eine bedeutende Aufhellung des violetten Untergrundes ein.

Das Poitevin'sche Verfahren ist dem Seebeck'schen überlegen; es erscheinen alle Farben; es herrscht aber leicht ein gelbbrauner Ton vor. Die gelben Theile des Spectrums werden durch ein mehr orangefarbenes Bild wiedergegeben, ähnlich der Farbe eines mit Kaliumbichromatlösung durchtränkten Papiers.

5. Unrichtigkeit der Erklärung der Farbenwiedergabe nach Schultz-Sellack.

Eine durchsichtige Jodsilberschicht, die durch Jodiren eines auf Glas chemisch niedergeschlagenen Silberspiegels entstanden ist, wird nach Schultz-Sellack²⁾ durch Belichtung nicht

1) Vgl. auch Zenker l. c.

2) Schultz-Sellack, „Ueber die chemische und mechanische Veränderung der Silberhaloidsalze durch das Licht.“ Pogg. Ann. 143. p. 439. 1871.

chemisch verändert, da ihr der Jod absorbirende Körper fehlt, dagegen mechanisch: die Oberfläche wird in ein feines Pulver zerlegt.

Ich betrachtete eine solche Schicht unter dem Mikroskop und bestimmte den Durchmesser der Pulverkörner zu etwa $1\ \mu$ (Tausendstel mm), die Zwischenräume zu 0 bis etwa $3\ \mu$; durch sie hindurch erschien die gelbe noch unversehrte Jodsilberschicht.

Die Reihenfolge der unter Einwirkung des Sonnenlichtes entstehenden Durchlassfarben ist nach Schultz-Sellack: Gelbbraun, Dunkelbraun bei starker Trübung, Roth, Grün, Blau, Hellbläulichweiss; zuletzt wird die Schicht bei schwacher Trübung fast völlig farblos durchsichtig.

Auch ich beobachtete solche Farben; doch da mir kräftiges und anhaltendes Sonnenlicht fehlte, benutzte ich electricisches Licht, mit dem ich keine gleichmässigen Wirkungen erhielt: gleich lang belichtete Theile einer Jodsilberschicht erhielten verschiedene Farben.

Aber nur die violetten und ultravioletten Strahlen vermögen diese mechanische Zertheilung hervorzubringen, wie ich Schultz-Sellack bestätigen kann.

Es liegt also hier die Möglichkeit vor verschiedene Farben zu erzeugen allein durch verschiedene Stärke und Dauer der Belichtung. Eine Abbildung der Farben kann somit scheinbar erhalten werden „vermöge der verschiedenen Intensität des violetten Lichtes, welches durch rothes, grünes und blaues Glas hindurchgeht.“ Denn in gleicher Reihenfolge entstehen die gleichen Durchlassfarben im Jodsilber.

Diese Farben hält Schultz-Sellack für Beugungsfarben, weil sie am kräftigsten erscheinen, wenn man die Platte aus einem dunkeln Zimmer gegen eine kleine Lichtöffnung hin beobachtet. In der That sind die Farben bei allseitiger Beleuchtung nur sehr matt.

Indess fehlt ihnen die wesentliche Eigenschaft der Beugung: sie erscheinen nicht aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt, wie bei Gittern, sondern in Richtung der jeweils durchgehenden und reflectirten Strahlen.

Freilich sind es auch keine gewöhnlichen Dickenfarben des Jodsilbers; denn die Farben ändern sich, „wenn man

die
erset

nahr
Jods
Zwis

grün
sich
nach
mec
die

ents
bezi
Lich

Refle
jede
dur
abg
säch
Gel
blä
für
Sel
läng

pho
bei
wäh
bein
jen
sch
das

ach
Ein
gel

die Luft in den Zwischenräumen durch Wasser oder Firniss ersetzt.“

Mit dieser Beobachtung verträglich wäre aber die Annahme, dass sie durch Interferenz des durch die abgetrennten Jodsilbertheilchen und des unmittelbar daneben durch die Zwischenräume dringenden Lichtes entstehen.

Ich verzichte aber der Kürze wegen auf die nähere Begründung dieser Ansicht; denn es fragt sich hier nur: lässt sich die Farbenwiedergabe bei den alten Farbenphotographieen nach Schultz-Sellack durch Farben erklären, welche infolge mechanischer Zertheilung der Schicht auftreten könnten und die daher hier *Zertheilungsfarben* genannt werden sollen.

Eine wesentliche Schwierigkeit für eine solche Erklärung entsteht schon dadurch, dass sie sich auf die Durchlassfarben bezieht, während bei jenen Verfahren die Farben im reflectirten Licht wiedergegeben sind.

Da aber die Zertheilungsfarben aus der Durchlass-, bez. Reflexionsrichtung nicht abgelenkt erscheinen, folgt, weil sie jedenfalls durch Interferenz entstehen, dass reflectirtes und durchgelassenes Licht zu einander komplementär sein müssen, abgesehen von der geringen Absorption im Jodsilber. Thatsächlich stellte ich z. B. fest, dass an Stelle eines metallischen Gelbgrün im senkrecht reflectirten Licht, im durchgehenden bläulich Violett, an Stelle von Blau Gelb trat. Somit kann für die Farben des reflectirten Lichtes nicht die Schultz-Sellack'sche Reihenfolge gelten, wonach die brechbareren bei längerer oder stärkerer Lichtwirkung auftreten.

Auch der blosse Anblick der Farben der alten Farbenphotographieen spricht gegen Schultz-Sellack. Sie erscheinen bei allseitiger Beleuchtung z. B. am hellen Fenster sehr gut, während die Zertheilungsfarben hier erblassen. Diese erfordern beim Betrachten von vorn unmittelbar reflectirtes Licht, bei jenen stört das bei glatter Oberfläche, z. B. der Becquerel'schen Platten; das an ihr reflectirte Licht überblendet dann das aus der Tiefe kommende.

Die Zertheilungsfarben erleiden ferner nach seiner Beobachtung im reflectirten Licht eine Aenderung mit wachsendem Einfallswinkel; auch ich stellte eine solche fest z. B. von Metallgelb zu Blaugrau und wieder zu Metallgelb. Bei den alten

Verfahren hatte man bisher eine solche Aenderung überhaupt noch nicht festzustellen vermocht.

Die Erklärungsweise von Schultz-Sellack lässt sich aber einer entscheidenden Prüfung unterwerfen. Wenn den verschiedenen Beleuchtungsfarben keine verschiedenen Arten sondern nur verschiedene Stärken der Einwirkung auf die empfindliche Schicht zukommen, mithin nur durch letztere die Farben bestimmt werden, so müssen alle Beleuchtungsfarben zu Beginn der Belichtung dieselbe Farbe erzeugen und mit wachsender Dauer in gleicher Farbenfolge diejenigen Farben hervorbringen, welche durch ihre verschiedenen Wirkungsstärken bedingt sind.

Einem solchen Verhalten widerspricht die Beobachtung von Becquerel, wonach die mit den Beleuchtungsfarben übereinstimmenden Farben gerade zu Anfang am reinsten, wenn auch schwach ausgeprägt sind. Die Anfangswirkung beginnt also nicht mit untereinander gleichen, sondern verschiedenen Farben.

Zur bequemeren Prüfung setzte ich auf einer empfindlichen Schicht nebeneinander liegende Felder verschieden lange der Beleuchtung durch das Spectrum aus. Dazu wurde vor dem Spalt des Apparates eine Blende ruckweise vorgeschoben. So konnte man nach beendetem Versuch auf der Schicht die Anfangswirkung der verschiedenen Beleuchtungsfarben mit einem Blick übersehen. Es stellte sich dabei heraus, dass diese nicht untereinander gleiche, sondern verschiedene Farben erzeugten, welche den Farben der Beleuchtung jeweils gleich oder ähnlich waren.

Es sei hier eine genauere durch Hrn. Prof. Dr. Grottrian angestellte Beobachtung an einer nach Becquerel's Verfahren hergestellten Platte mitgetheilt:

1. Feld. 1 Min. Belichtungsdauer. Spur Roth. Gelb und Grün nur zu bemerken, wenn Feld 2 noch zur Beobachtung zugezogen wird. Blau fehlt.
2. Feld. 2 Min. Roth stärker. Gelb und Grün zu erkennen. Blau fehlt.
3. Feld. 4 Min. Roth, Gelb, Grün stärker. Blau noch kaum zu erkennen.
4. Feld. 8 Min. Roth, Gelb, Grün stärker. Blau zu erkennen.

5. Feld. 16 Min. Roth, Gelb, Grün stärker. Blau noch schwach.

6. Feld. 32 Min. Alle Farben stärker.

Die Wirkung im Ultraviolett erscheint erst im zweiten Feld, also nach Roth.

Roth ist also hier die zuerst deutlich auftretende Farbe und erscheint unter rother Beleuchtung. Diese müsste also nach Schultz-Sellack bei den bestehenden Stärkeverhältnissen der verschiedenen Beleuchtungsfarben von allen die wirksamste und gleichzeitig Roth die erste Stufe der Zertheilungsfarben sein. Andere Farben, also höhere Stufen derselben dürften demnach zuerst nur durch die rothe Beleuchtung entstehen, die anderen Beleuchtungsfarben dürften zuerst nur Roth erzeugen.

Die Beobachtung lehrt das Umgekehrte: die anderen Farben entstehen unter anderen Beleuchtungsfarben, während das Roth unter der rothen Beleuchtung sich noch nicht in eine andere Farbe verwandelt hat, im Gegentheil kräftiger geworden ist.

Der nämliche Versuch wurde mit Seebeck's und Poitevin's Platten angestellt mit gleichem Ergebniss: ehe die zuerst erschienene Farbe sich verändert hat, treten an anderen Stellen andere Farben auf.

Schultz-Sellack's Erklärung der Farbenentstehung bei den alten Verfahren der Farbenphotographie durch Zertheilungsfarben ist also unrichtig.

Natürlich ist damit nicht gesagt, dass die Beleuchtungsstärke ohne jeden Einfluss auf die entstehenden Farben sei. Ein solcher ist so gut vorhanden wie bei dem Lippmann'schen Verfahren¹⁾, das erwiesener Maassen auf anderer als der von Schultz-Sellack angenommenen Grundlage beruht, aber aus anderen Gründen. Zur Widerlegung seiner Behauptung ist aber nicht der Nachweis einer vollkommenen Unabhängigkeit der Farben von der Lichtstärke erforderlich, sondern nur des Fehlens der von ihm geforderten Beziehung zwischen beiden.

1) Vgl. z. B. Krone, Wied. Ann. 46. p. 428. 1892.

8. Der Prismenversuch.

Das Prisma wird so auf die eine Hälfte des photographirten Spectrums gelegt, dass die Kante zwischen der Hypotenusen- und der Kathetenfläche I (Fig. 1) senkrecht die Richtung gleicher Farbenlinien durchschneidet. Das Auge des Beobachters wird in der Verlängerung derselben Kathetenfläche I so eingestellt (der Pfeil bezeichnet die Sehrichtung), dass ein in Richtung gleicher Farben, z. B. im Gelb, vor dem Versuch gezogener Strich (S) durch Prisma und Luft betrachtet in derselben Linie erscheint.

Es ist dann zu berechnen, welche Farbenänderung die Stelle beim Strich unter dem Prisma gegenüber der in Luft erleiden muss, wenn das Farbenbild durch stehende Lichtwellen hervorgerufen war.

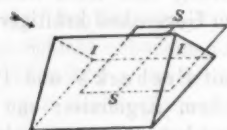


Fig. 1.

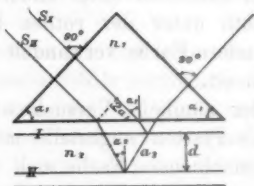


Fig. 2.

Es erscheint allgemein die Farbe, deren Wellenlänge der Gangunterschied zweier an benachbarten Elementarspiegeln reflectirten Strahlen ist.

Seien I und II in Fig. 2 zwei solche Elementarspiegel vom Abstand d in einem Mittel vom Brechungsindex n_2 . Die Strahlen mögen im allgemeinsten Fall unter dem Winkel α_1 einfallen in einem gleichschenkeligen Prisma vom Brechungsindex n_1 und einem Basiswinkel α_1 , so dass die Strahlen auf Hin- und Rückweg die Schenkelflächen senkrecht durchsetzen.

Die planparallele Flüssigkeitsschicht zwischen Prisma und photographischer Schicht hat keinen Einfluss auf den Gangunterschied der interferirenden Strahlen S_I und S_{II} , ebenso wenig die übereinstimmenden Phasenänderungen bei Reflexion an I und II .

$2\alpha_2$ sei der Wegüberschuss von S_{II} gegenüber S_I in der

Schicht, α_2 der Neigungswinkel von S_{II} innerhalb der Schicht gegen die Spiegelnormale.

$2a_1$ sei der Wegüberschuss von S_I über S_{II} im Prisma.

Der Wegunterschied zwischen S_{II} und S_I ist dann in Wellenlängen gemessen, wenn λ diejenige in Luft bedeutet:

$$D = 2a_2 \frac{n_2}{\lambda} - 2a_1 \frac{n_1}{\lambda}.$$

Nun ist:

$$a_2 = \frac{d}{\cos \alpha_2}; \quad a_1 = d \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 \sin \alpha_1,$$

also:

$$D = \frac{2d}{\lambda} \frac{n_2 - n_1 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2}{\cos \alpha_2},$$

da nun:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2,$$

so ist auch:

$$D = \frac{2d n_2}{\lambda} \cos \alpha_2 = \frac{2d n_2}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \alpha_1}.$$

Bei der gewöhnlichen Art die photographische Schicht zu betrachten, blickt man in Luft senkrecht auf sie. Dann ist $\cos \alpha_2 = 1$ und

$$D = \frac{2d n_2}{\lambda}.$$

Der Gangunterschied der beiden Strahlen ist eine Wellenlänge, wenn $D = 1$ ist, da D in Wellenlängen gemessen war. Es erscheint also die Farbe, deren Wellenlänge ist:

$$\lambda_0 = 2d n_2,$$

also dieselbe, welche die stehenden Wellen erzeugt hatte.

Im allgemeinen Fall aber wird $D = 1$ für eine andere Wellenlänge:

$$\lambda = 2d n_2 \cos \alpha_2 = \lambda_0 \cos \alpha_2.$$

Man erhält sie also, indem man λ_0 mit einem Factor

$$f = \cos \alpha_2 = \frac{\lambda}{\lambda_0}$$

multiplicirt. Er bestimmt den Grad der Farbenänderung, d. h. das Verhältniss der Wellenlänge der geänderten und ursprünglichen Farbe.

Derselbe werde bei einem Einfall unter 45° in Luft mit f_i , im Prisma mit f_p bezeichnet.

Dann ist:

$$(1) \quad f_i = \sqrt{1 - \frac{1}{2n_2^2}},$$

$$(2) \quad f_p = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{2n_2^2}}.$$

Das Verhältniss beider f_p/f_i sei mit f_{pi} bezeichnet; es bestimmt die Farbenänderung bei dem eingangs dieses Abschnittes angegebenen Versuch, wobei ein Theil des Farbenbildes durch Luft, ein anderer durch das Prisma betrachtet wird. Es ist:

$$(3) \quad f_{pi} = \sqrt{\frac{2n_2^2 - n_1^2}{2n_2^2 - 1}}.$$

Die Gleichungen 1 bis 3 lehren also, in welchem Verhältniss die Wellenlängen der gesehenen Farben sich ändern müssen, wenn die Brechungsexponenten der photographischen Schicht und des Prismas bekannt sind. Sie können umgekehrt dazu dienen aus einer bekannten Aenderung f und n_1 , den Brechungsexponenten n_2 der Schicht zu berechnen; oder auch die Frage zu beantworten, wie gross bei bekanntem n_2 der Brechungsexponent des Prismas zu wählen ist, damit f ausreichend von 1 verschieden wird, um eine deutliche Farbenänderung zu bewirken. Freilich könnte man auch noch zu grösseren Einfallswinkeln als 45° übergehen; doch würde dann die Reflexion an der Oberfläche der Schicht leicht zu stark und den Versuch stören.

7. Prismenversuch mit Farbenbildern nach Becquerel. Erster Beweis für ihre Interferenznatur.

Ogleich das Ergebniss des vorigen Abschnittes einer experimentellen Bestätigung nicht bedarf, theile ich doch mit, dass ich beim Prismenversuch mit einem nach Lippmann's Interferenzverfahren photographirten Spectrum gewaltige Farbenänderungen beobachtet habe. So wurde an einer Stelle, wo im senkrecht reflectirten Licht etwa die Farbe der gelben Natriumlinie erschien, durch das Prisma die Farbe der Grenze zwischen Blau und Blaugrün, also etwa diejenige der Wasserstofflinie H_β (F) wahrgenommen. Der Einfallswinkel betrug dabei noch nicht 45° und das benutzte Prisma hatte nur den Brechungsexponent $n_D = 1,52$.

Bei den folgenden Beobachtungen bediente ich mich ausschliesslich des erwähnten Prismas mit $n_D = 1,75$ bei einem Einfallswinkel von 45° .

Wurde nun auf einer Becquerel'schen Platte entlang der Mitte von Gelb des photographirten Spectrums ein Strich gezogen, so erblickte man im Prisma an seiner Stelle Grün. Ein anderer Strich längs der Grenze von Grün und Blau gezogen, erschien unter dem Prisma inmitten des Blau liegend. Bei einer anderen Platte wurde der Strich längs der Grenze von Gelb und Grün gezogen, er bildete im Prisma betrachtet die Grenze von Grün und Blau.

Der Versuch wurde auch in der homogenen Beleuchtung einer Natriumflamme wiederholt. Man gewahrt dann beim Gelb des photographirten Spectrums einen hellen Streifen von etwa 1,5 mm Breite, dessen Mitte im Prisma um 2,1 mm nach Roth zu verschoben erscheint bei unabgelenkter Strichmarke; das ist der Mittelwerth der Messungen verschiedener Beobachter. Die Grösse dieser Verschiebung ist zufällig gerade gleich dem Abstand der *D*- und *C*-Linie im Spectrum. Es ist also

$$f_{PI} = \frac{\lambda_D}{\lambda_C} = \frac{589}{656} = 0,90.$$

Eine solche verhältnissmässige Aenderung der Wellenlänge des reflectirten Lichtes müsste man erwarten, wenn der photographischen Schicht ein Brechungsexponent zukäme, der sich aus Gleichung (3) mit $n_1 = 1,75$ berechnet zu $n_2 = 2,4$.

Bei einer zweiten Platte wurde nur eine Verschiebung von 1,2 mm beobachtet, woraus sich $f_{PI} = 0,94$ und $n_2 = 3,1$ ergibt.

Dass der Brechungsexponent der Schichten verschieden ausfallen kann, wenn sie nicht genau unter denselben Bedingungen hergestellt wurden, ist einleuchtend, da er von dem Verhältniss des gebildeten Silber-Chlorürs zum -Chlorid abhängen wird. Nach Abschnitt 3 macht aber das letztere vermuthlich den Hauptbestandtheil der Schicht aus und deshalb wird sie schwerlich einen Brechungsexponenten haben, der den des Chlorids weit übersteigt. Dieser ist nach Beobachtungen von Wernicke¹⁾ $n_D = 2,06$.

1) Pogg. Ann. 142. p. 571. 1871.

Es ist deshalb nicht wahrscheinlich, dass der Brechungsexponent der Schicht gleich 3 werden könnte. Aus Abschnitt 11 wird sich aber ergeben, dass Vorgänge mit im Spiel sind, die eine kleinere Farbenverschiebung beim Prismenversuch erwarten lassen bei wachsender Lichtwirkung. In der That hatte die zweite Platte eine grössere Lichtmenge als die erste erhalten.

Uebrigens bedingt auch ein kleiner absoluter Fehler bei der Bestimmung der Farbenverschiebung einen grossen in der Berechnung des Brechungsexponenten. Die Beobachtungen machen auch keinen Anspruch auf Genauigkeit. Sie hatten ursprünglich nicht die Berechnung von n_2 zum Zweck, sondern nur die annähernde Bestimmung der Farbenverschiebung.

Die Grösse derselben liess vermuthen, dass sie auch ohne Prisma allein bei Veränderung des Einfallswinkels in Luft festgestellt werden könnte. In der That wurde bei der zweiten Platte eine Verschiebung der Mitte des hellen Streifens beim Licht der Natriumflamme für 0 und 45° Einfall im Mittel zu 0,36 mm gemessen, woraus folgt $f_i = 0,98$.

Nun lässt sich aber f_i auch berechnen aus n_1 und n_2 nach Gleichung (1), wenn man für n_2 den oben gefundenen Werth 3,1 einsetzt. Dann findet man $f_i = 0,97$, ein Werth, dessen Abweichung vom beobachteten sich durch die Fehler der Beobachtung erklärt.

Die Möglichkeit der Feststellung einer Farbenänderung mit einem Wellenlängenverhältniss 0,98 gestattet den Bereich der sicheren Anwendbarkeit des Prismenversuchs zu bestimmen.

Es fragt sich, wie gross darf der Brechungsexponent einer Schicht sein, damit man in ihr noch Interferenzfarben mit dem Prisma erkennen kann. Will man die Farbe bei senkrechtem Einfall in Luft mit der bei 45° im Prisma vergleichen, so ergibt sich mit $n_1 = 1,75$ und $f_p = 0,98$ aus Gleichung (2): $n_2 = 6,2$; beschränkt man sich auf die Vergleichung der Farben bei 45° Einfall in Luft und Prisma, so folgt mit $f_{p1} = 0,98$ aus Gleichung (3): $n_2 = 5,2$.

Soweit mir bekannt, sind grössere Brechungsexponenten für die D-Linie noch nicht beobachtet worden.

Derjenige des molekularen Silbers ist nach Wernicke¹⁾

1) Wernicke, Wied. Ann. 52. p. 327. 1894.

auf Grund der Rechnungen von Drude¹⁾ gleich 4. Würde seine Berechnung aus dem molekularen Brechungsvermögen gestattet sein, das man aus dem bekannten Refraktionsäquivalent eines Haloids und einer Haloidverbindung des Silbers bestimmen kann, so gelangte man zu einem Werth kleiner als 3.

Demnach würde man mit dem Prismenversuch z. B. die kürzlich von Wernicke gemachte Annahme prüfen können, dass die von Carey Lea beobachteten Farben des Silbers nur Interferenzerscheinungen an molekularem Silber sind. Mit $n_3 = 4$ und $n_1 = 1,75$ ergäbe sich $f_p = 0,95$: ein in Luft goldgelb ($\lambda = 589$) erscheinendes Silberblättchen müsste unter dem Prisma deutlich grüngelb ($\lambda = 560$) erscheinen. Wenn eine solche Farbenänderung aber nicht einträte, so würden Körperfarben vorliegen und Carey Lea behielte Recht mit der Annahme besonderer Silbermodificationen.

Um so sicherer wird man Interferenz- und Körperfarben unterscheiden können bei einer beliebigen Chlorstufe zwischen Silberchlorid und reinem Silber. Sie ist getroffen durch die mitgetheilten Versuche beim Verfahren von Becquerel. Die Entscheidung muss also mit gleicher Sicherheit möglich sein beim Verfahren von Seebeck, dem die gleichen Chlorstufen zu Grunde liegen.

Ich möchte hier noch eine Bemerkung anschliessen über eine denkbare Vervollkommnung der Farbenphotographie nach dem Interferenzverfahren.

Lippmann's Farbenbilder haben zwar den Vorzug der Fixirbarkeit und grösseren Lichtempfindlichkeit vor denen Becquerel's voraus. Sie stehen ihnen aber nach durch die grosse Abhängigkeit der Farben vom Einfallswinkel und die Nothwendigkeit in gespiegeltem Licht betrachtet werden zu müssen. Beides fällt bei Becquerel's Bildern weg. Die Farben ändern sich hier so wenig mit dem Einfallswinkel, dass man das lange Zeit überhaupt nicht feststellen konnte und sie erscheinen auch im diffusen Licht. Dadurch erhalten sie das Gepräge von körperlichen Farben, ohne es zu sein. Sie verdanken das dem hohen Brechungsvermögen der bildtragenden Schicht.

1) Drude, Wied. Ann. 51. p. 98. 1894.

Des gleichen Vortheils könnten die Lippmann'schen Bilder theilhaftig und dadurch auch zum Uebertragen auf Papier geeignet werden, wenn es gelänge, der Gelatine durch geeignete Zusätze ein höheres Brechungsvermögen zu verleihen oder ganz durch einen anderen Stoff von solchem Brechungsvermögen zu ersetzen. Freilich lässt sich nicht von vornherein sagen, ob das möglich ist, ohne andere Vorzüge des Verfahrens zu verlieren.

8. Becquerel's farbentragende Schicht von der Rückseite betrachtet. Zweiter Beweis für die Interferenznatur der Farben.

Für den Zweck des Abschnittes 11 musste ich die farbentragende Schicht der Becquerel'schen Platte von der Silberunterlage loslösen. Es geschah das mit Gelatine nach der Vorschrift von Wernicke.¹⁾

Dabei beobachtete ich die merkwürdige Erscheinung, dass die Farben von der Rückseite, jedoch gleichfalls im reflectirten Licht, betrachtet sehr stark verschoben waren aus der Lage, die sie ursprünglich beim Betrachten von vorn einnahmen. Zudem war der Farbenton theilweise verändert. Eine solche Farbenänderung ist bei körperlichen Farben undenkbar und nur durch Interferenz zu erklären. Diese Beobachtung liefert also einen zweiten Beweis für die Interferenznatur der Farben, mithin für die Richtigkeit der Zenker'schen Erklärung ihrer Entstehung durch stehende Lichtwellen.

Man hat solche Farbenverschiebungen auch schon an Lippmann'schen Platten beobachtet, wenn man sie von Glas- und Schichtseite betrachtete. Ich kann aber die Erklärungen, welche ich dafür angegeben fand, nicht als richtig anerkennen.

Diese Erscheinungen sind die nothwendige Folge von Thatsachen, die man bisher übersehen hat. Es würde mich indess zu weit von dem Gegenstand dieser Untersuchung abführen, wollte ich hier darauf eingehen. Ich muss das einer besonderen Mittheilung vorbehalten.

1) Wernicke, Wied. Ann. 30. p. 462. 1887.

**9. Prismenversuch mit Seebeck's und Poitevin's Farbenbildern.
Erster Beweis für ihre Körperfarbennatur.**

Dem Prismenversuch mit Seebeck's Platte standen Schwierigkeiten entgegen, welche die vorliegende Untersuchung sehr aufhielten. Das Chlorsilberpulver muss zwischen zwei Glasplatten festgehalten werden. Es genügt nun nicht, zwischen die Deckplatte und das Prisma Benzol zu giessen, um die Farben hindurch zu sehen; denn an den Luftzwischenräumen zwischen Deckplatte und Pulvertheilchen würde Totalreflexion eintreten.

Die Luft muss also vollkommen verdrängt werden durch eine Flüssigkeit von nicht zu kleinem Brechungsexponenten. Dazu wurde Benzol gewählt. Das Zwischengiessen konnte aber nicht nach der Spectralbelichtung geschehen; denn es erwies sich als kaum möglich dies zu thun ohne die Pulvertheilchen aus ihrer Lage zu bringen. Es wurde also umgekehrt zuerst zwischen die beiden Platten Benzol gegossen und dann erst das Pulver dazwischen gestopft.

Zum Tragen des Ganzen diente ein rechteckiger Metallrahmen, der auf der Vorderseite statt durch Glas durch eine etwa 0,08 mm dicke Glimmerplatte abgeschlossen war. Es wurde dadurch eine etwaige scheinbare Verschiebung der darauf zu ziehenden Strichmarke gegen das Spectralbild beim Prismenversuch vermieden.

Die Anwesenheit der Flüssigkeit stört nun das Auftreten der Farben durch die Belichtung nicht; diese kommen wie früher, nur rascher. Denn durch das Aufnehmen des dabei frei werdenden Chlors hatte die Flüssigkeit der Platte eine grössere Lichtempfindlichkeit ertheilt.

Diese bildete aber eine wesentliche Erschwerung des Prismenversuchs; er musste jetzt sehr rasch beendet sein, ehe das Tageslicht die entstandenen Farben verändern konnte.

Indess gelang der Versuch schliesslich wiederholt. Der Strich wurde im Rothen durch Diamant auf dem Glimmer gezogen und mit Russ eingeschwärzt: es war keine Verschiebung der Farben gegen ihn zu erkennen.

Gleichwohl war es wünschenswerth, grössere Sicherheit zu erlangen durch eine einfachere Anordnung.

Dazu wurde reines Chlorsilberpulver mit Collodium verführt und die Mischung auf eine Glasplatte gegossen und getrocknet. So entstand eine feste Schicht, in der das Chlorsilber durch Collodium festgehalten war. Sie wurde dann auf eine Glasplatte angekittet.

Der Strich wurde mit Bleistift auf die Schicht selbst gezogen und der Prismenversuch gelang mit Sicherheit.

Freilich durfte man auch diese Platten unter Benzol nicht zu lange am Tageslicht lassen. Es wurde daher das Zimmer zunächst verdunkelt und dann das Licht nur durch ein Loch im Laden und eine doppelte Lage Filtrirpapier diffus zugelassen.

Das neue Verfahren hatte noch den Vortheil, dass die Farben mit grösserer Deutlichkeit erschienen. Unter dem Prisma wurden sie zwar durch die Absorption in dessen schwach gelbem Glase dunkler; es ergab aber der wiederholte Versuch mit Sicherheit keine Verschiebung der Farben im Prisma gegen die in Luft gesehenen bei unabgelenktem Strich.

Es war dabei gleichgültig, ob der grobkörnige Bodensatz des Chlorsilbercollodiumgemisches oder die feinkörnige obenauf schwimmende Emulsion benutzt wurde. Die Dicke der Körner wurde im letzteren Fall für die Mehrzahl zu etwa 0,001 mm mit dem Mikroskop bestimmt.

Regelmässige stehende Lichtwellen sind in solchen Körnern von selbst ausgeschlossen. Die Lichtbewegung darin muss sehr verworren sein.

In erhöhtem Maasse ist das bei den Poitevin'schen Blättchen aus Papier der Fall. Der Umstand, dass diese die Farben viel besser wiedergeben, veranlasste mich auch sie dem Prismenversuch zu unterwerfen.

Dabei erwies es sich als unzuträglich, dass das aufgegossene Benzol das ganze Papier durchtränkte, weil dadurch die in Luft betrachteten Farben undeutlicher wurden. Daher wurde das Spectrumbild, nachdem im Gelben ein Strich gezogen war, der Länge nach, also in einer zum Strich senkrechten Richtung, in zwei gleiche Theile zerschnitten. Der eine Theil wurde auf die Kathetenfläche eines Hülfsprismas II (Fig. 3 ist ein Querschnitt der Prismen und Blättchen) und dieses auf eine Glasplatte befestigt, auf dieser ebenfalls die andere Hälfte des Blättchens, und zwar so, dass die Striche

an der Schnittlinie zusammenstiessen, also in einer Ebene lagen. Zuletzt wurde das Prisma I mit dem grossen Brechungsexponenten auf die zweite Hälfte aufgesetzt, Benzol zwischen gegossen und das Auge in die Schnittlinie der Ebene der Striche und der einen Kathetenfläche des Hauptprismas eingestellt: auch hier konnte man nur beobachten, dass die Farben unter dem Prisma etwas weniger hell waren, das Grün und Blau auch ein wenig undeutlicher. Dieser Umstand war aber auf die gelbe Färbung des Flintglasprismas zurückzuführen; denn auch ein mit Blaustift auf Papier gezogener Strich erhielt unter dem Prisma einen etwas grünlichen Ton. *Eine Verschiebung der Farben beim Prismenversuch trat aber nicht ein.*

Nun ist aber der lichtempfindliche Stoff bei dem Seebeck'schen Verfahren der gleiche wie bei dem Becquerel'schen; beim Poitevin'schen kommen noch Nebenbestandtheile hinzu, die vermuthlich den Brechungsexponenten der Schicht nur heruntersetzen vermöchten. Das Ausbleiben der Farbenverschiebung beweist also, dass die Farben der Seebeck'schen und Poitevin'schen Bilder im Gegensatz zu den Becquerel'schen *nicht Interferenzfarben sind sondern Körperfarben.*

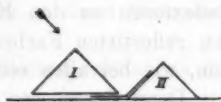


Fig. 3.

10. Seebeck's und Poitevin's Farbenbilder in durchgehendem Licht betrachtet. Zweiter Beweis für ihre Körperfarbennatur.

Die mit Chlorsilbercollodiumemulsion und nach Poitevin's Angabe hergestellten Blättchen sind so durchscheinend, dass sie, von der Rückseite betrachtet, sowohl im reflectirten wie durchgehenden Licht nach der Spectralbelichtung Farben zeigen: *Diese Farben stimmen mit den Farben der Vorderseite an gleicher Stelle überein.* Ja sie erscheinen im durchgehenden Licht zum Theil noch besser ausgeprägt.

Dies ist ein zweiter Beweis dafür, dass die Farben Körperfarben sind, d. h. durch Absorption entstanden.

Jene Beobachtung war schon früher öfter für die genannten und ähnliche Verfahren gemacht worden; ich habe aber noch nirgends den Schluss daraus gezogen gefunden auf die Natur der Farben.

Vielleicht ist dies zum Theil zurückzuführen auf einen

grundsätzlichen Fehler, den Zenker, der Begründer der Interferenztheorie der Farbenphotographie, in dieser Hinsicht gemacht hat. In seinem Lehrbuch der Photochromie sagt er p. 81 in Bezug auf die durch stehende Lichtwellen erzeugten Farbenbilder:

„Ebenso ist es natürlich, dass dieselben Farben auch im durchgehenden Lichte erscheinen, die man im reflectirten sieht. Denn da auch das durchgehende Licht sicherlich nicht die directe Fortsetzung der kommenden Strahlen ist, sondern wenigstens zum Theil auch mehrfache Reflexionen erfahren wird, so müssen in demselben auch diejenigen Farben überwiegen, die den Entfernungen der vorhandenen Punktschichten entsprechen, d. h. die identischen.“

Mit den Punktschichten sind die Elementarspiegel gemeint, die in der empfindlichen Schicht durch stehende Lichtwellen entstanden.

Die Farben, welche aber durch die Gesamtwirkung der Reflexionen an den Elementarspiegeln entstehen, müssen zu den reflectirten Farben an der gleichen Stelle complementär sein, wie bei allen reinen Interferenzfarben.

Denn sie müssen zusammen das auffallende weisse Licht ausmachen. Kann doch davon nichts verloren gehen, da sie nach der Voraussetzung nur durch Interferenz und nicht durch Absorption entstehen sollen.

Fragt aber jemand, wieso bei gleichem Wegunterschied, nämlich der doppelten Entfernung zweier benachbarten Elementarspiegel verschiedene Interferenzfarben im reflectirten und durchgelassenen Licht entstehen können, so vergisst er die bei den Reflexionen entstehenden Phasenänderungen. An derselben geometrischen Ebene, an der ein Strahl des reflectirten Lichtes beim ersten Elementarspiegel durch Eindringen in optisch *dichtere*, bezüglich dünnere Theile zurückgeworfen wird, muss ein im durchgehenden zweimal zurückgeworfener Strahl in optisch *dünnere*, bezüglich dichtere Theile eindringen und erhält dadurch eine entgegengesetzte Phasenänderung. Diejenige am zweiten Spiegel ist in beiden Fällen die gleiche. Mithin verbleibt ein Phasenunterschied von einer halben Wellenlänge, welcher die complementäre Färbung des durchgehenden Lichtes bedingt. An dieser Ueberlegung wird nichts ge-

ändert durch Berücksichtigung einer grösseren Anzahl von Reflexionen.

Hier wird man einwenden, dass die Phasenänderung bei Reflexion an einem Elementarspiegel die gleiche sein muss, einerlei, von welcher Seite das Licht einfällt. Das ist auch der Fall. Man muss aber bedenken, dass der Elementarspiegel nicht als geometrische Ebene, sondern als eine Schicht endlicher Dicke aufzufassen ist. Sonst könnte er bei fehlender Absorption überhaupt kein Licht reflectiren.

Gerade dieser Einwand verhilft zur Bestimmung der Phasenänderung bei Reflexion am Elementarspiegel und nicht an einer geometrischen Ebene seiner Grenzen oder im Innern, wovon oben die Rede war. Da nämlich im durchgehenden Licht der zweimal reflectirte Strahl gegenüber dem unmittelbar durchgehenden einen Phasenunterschied von einer halben Wellenlänge erhalten muss, und da er an jedem der beiden Elementarspiegel die gleiche Phasenänderung erleiden muss, so beträgt die Phasenänderung bei Reflexion an einem Elementarspiegel eine viertel Wellenlänge.

Darunter ist natürlich die Phasenänderung verstanden im Vergleich zu einem an der geometrischen Mittelebene des Elementarspiegels ohne Phasenänderung reflectirten Strahl.

Dieses Ergebniss werde ich bei der p. 250 erwähnten Gelegenheit noch in anderer Weise ableiten.

Zugleich sind damit die erwähnten Schwierigkeiten, bez. Einwände beseitigt.

Alles Gesagte bezieht sich natürlich nur auf den Fall fehlender Absorption. Ein solcher liegt vor bei dem Chromgelatineverfahren von Lippmann¹⁾, wobei die Durchlassfarben in der That den reflectirten complementär sind.

Ist aber nebenher noch Absorption vorhanden, so wird sie leicht im durchgehenden Licht Ausschlag gebend, weil jene complementären Durchgangsfarben, wie bei den Farben dünner Blättchen, sehr viel Weiss enthalten und daher matt sein müssen.

So hat Krone²⁾ bei Lippmann'schen Haloid-Silberplatten im durchgehenden Licht nur die Eigenfarbe des beim

1) Lippmann, Compt. rend. 115. p. 575. 1892.

2) Krone, „Darstellung der natürl. Farben“ p. 54.

Entwickeln entstandenen Niederschlags beobachten können, und ich habe das auch beobachtet. Uebrigens theilt Lippmann selbst mit, dass er bei zwei Bromsilber-Albuminplatten die complementären Farben in der Durchsicht beobachtete.¹⁾ Bei diesen muss also die Absorption besonders gering gewesen sein.

Wenn also im durchgehenden Licht die gleichen Farben wie im reflectirten auftreten, so können diese nicht durch Interferenz, sondern nur durch Absorption entstanden sein.

Umgekehrt muss Absorption, wofern sie nicht ausreichend stark auswählend ist, um Oberflächenfarben zu erzeugen, die gleiche Farbe dem durchgehenden und reflectirten Licht ertheilen, denn dieses ist ja weiter nichts als doppelt durchgegangenes Licht.

Somit liegt in dieser Feststellung ein *zweiter Beweis*, dass die Farben bei Seebeck's und Poitevin's Verfahren Körperfarben sind.

11. Die Mitwirkung von Körperfarben bei Becquerel's Verfahren.

Ich habe in der Uebersicht (1.) darauf hingewiesen, dass es auffallend wäre, wenn der Stoff der Seebeck'schen Platte unter farbiger Belichtung Körperfarben erzeugte, und der chemisch damit fast übereinstimmende der Becquerel'schen Platte dies nicht vermöchte.

Es war aber zu erwarten, dass diese Körperfarben schwer zu beobachten seien, so lange die Interferenzfarben stark ausgebildet waren. Es ist nun leicht verständlich, dass diese geschwächt würden durch eine grössere Belichtungsdauer, infolge deren die photographische Wirkung bis in geringe Nähe der Schwingungsknoten der stehenden Wellen sich erstrecken müsste. Diese Folgerung wurde schon durch Krone²⁾ bei Lippmann's Verfahren bestätigt. Ausreichend überbelichtete Stellen des Spectrums werden weiss. Becquerel³⁾ selbst gibt

1) Lippmann, Compt. rend. 114. p. 962. 1892.

2) Krone, Deutsche Photographen-Zeitung p. 187. 1892, citirt nach Valenta.

3) Becquerel, La lum. 2. p. 222. 1868.

für sein Verfahren an, dass die Farbenunterschiede mit wachsender Belichtungsdauer verschwinden.

Ich habe daher eine Becquerel'sche Platte 20 Stunden, eine zweite 30 Stunden der Belichtung des Spectrums ausgesetzt.

Der Prismenversuch gab dann bei der ersten eine schwächere, bei der zweiten eine kaum merkbare Farbenverschiebung. Zugleich werden die Farben unter dem Prisma sehr undeutlich.

Ein strengerer Nachweis der Körperfarben war aber aus der Betrachtung der farbentragenden Schicht im durchgehenden Licht zu erwarten. Diese wurde also von der Silberunterlage abgehoben (vgl. p. 250). Dann erschienen in der That im durchgehenden Licht an den richtigen Stellen Roth und eine Spur Blau, das letztere jedoch im ersten Fall mehr mit graublauem, im zweiten mit blauvioletttem Farbenton.

Es war aber zu erwarten, dass auch jetzt noch die Interferenzfarben störend wirkten. Es wurde daher die Seite, welche dem Silber angelegen hatte und lebhafte Interferenzfarben im reflectirten Licht zeigte, mit einem Lederlappen so stark abgerieben, bis diese Farben matter wurden. Dann trat in der Durchsicht besonders das Roth kräftiger hervor. Es war aber auch dann nicht ein Spectralroth, so wenig, wie dasjenige beim Seebeck'schen Verfahren. Uebrigens war dasselbe schon bei einer nur $\frac{3}{4}$ Stunden lang belichteten Schicht, wenn auch viel weniger ausgeprägt, in der Durchsicht zu beobachten.

Diese Versuche beweisen also, dass auch bei Becquerel'schen Platten Körperfarben entstehen und im Farbenbild um so stärker mitwirken, je länger die Belichtung dauert.

12. Die denkbare Grundlage einer Farbenphotographie mit Körperfarben.

Damit ein lichtempfindlicher Stoff durch eine Lichtart chemisch verändert werden kann, muss er sie absorbiren. Das Umgekehrte gilt nicht allgemein. Das absorbirte Licht kann z. B. ausschliesslich in Wärme umgesetzt werden. Man unterscheidet daher zwischen thermischer und chemischer Lichtabsorption.

Zur Vereinfachung des Ausdrucks setze ich fest, dass ein *absorptionsmässig lichtempfindlicher Stoff* ein solcher heissen soll, der für alle Farben lichtempfindlich ist, die er absorbiert, und zwar in einem zum Absorptionsvermögen jeweils im selben Verhältniss stehenden Maasse.

Dass es solche Stoffe gibt, wenigstens mit einem beträchtlichen Grad der Annäherung, ist bekannt. Auf ihrem Vorhandensein beruht der wichtige, von H. W. Vogel aufgestellte Grundsatz der optischen Sensibilisatoren.¹⁾

Es ist nun denkbar, dass der absorptionsmässig lichtempfindliche Stoff durch Lichtzersetzung farbige Stoffe erzeugt und dass diese selbst wieder absorptionsmässig lichtempfindlich sind.

Es heisse nun ein *farbenempfindlicher Stoff* ein schwarzer absorptionsmässig lichtempfindlicher Stoff, dessen Zersetzungsstoffe nur aus einfarbigen absorptionsmässig lichtempfindlichen Stoffen von mindestens drei ausreichend verschiedenen Farben bestehen sollen und ausserdem einem weissen, dem jedoch die geringste Entstehungsfähigkeit zukommen möge. Ausreichend verschieden sollen diese Farben sein, um durch ihre Mischung untereinander und mit Weiss jegliche Mischfarbe erzeugen zu können. Im Gegensatz zu diesen Mischfarben sollen die ungemischten *Grundfarben* heissen. Die einfarbigen Stoffe reflectiren nur eine Farbe gut; die anderen sollen sie um so stärker absorbiren, je weiter sie von jener abweichen. Dann lässt sich zeigen:

Ein farbenempfindlicher Stoff bildet die Farben der Beleuchtung richtig ab.

Die Beleuchtungsfarbe stimme zunächst mit einer Grundfarbe überein. Sie wird von dem schwarzen Körper absorbiert und bewirkt eine Zersetzung, da er nach der Voraussetzung absorptionsmässig lichtempfindlich ist. Bei dieser Zersetzung entstehen die verschiedenen farbigen Stoffe. Die mit der

1) Das Empfindlichkeitsmaximum ist gegen das Absorptionsmaximum bisher stets gegen das weniger brechbare Ende des Spectrums verschoben gefunden worden. Die Verschiebung der beiden jeweils an derselben Platte bestimmten Maxima ist für eine grosse Reihe von Sensibilisatoren durch J. J. Acworth (Wied. Ann. 42. p. 371. 1891) eingehend untersucht worden. Er findet neben grossen auch sehr geringe Verschiebungen. Es ist daher grundsätzlich nicht ausgeschlossen, dass es Farbstoffe gibt, bei denen die Verschiebung unmerklich ist für den betrachteten Zweck.

Beleuchtungsfarbe nicht übereinstimmenden absorbiren das auffallende Licht, da sie nach der Voraussetzung einfarbig sind, mithin alle von ihrer Farbe verschiedenen Beleuchtungsfarben absorbiren müssen. Da diese Stoffe aber auch absorptionsmässig lichtempfindlich sind, so werden sie auch zersetzt durch das Licht, das sie absorbiren. Dagegen kann der mit der Beleuchtungsfarbe gleichfarbige Stoff nicht zersetzt werden, da er das auffallende Licht nicht absorbirt. Auf die Dauer kann also nur er erhalten bleiben und ausserdem der weisse Stoff, doch dieser nach Annahme nur in geringem Maasse und also nur bei grosser Beleuchtungsstärke in merklicher Weise.

Stimmt die Beleuchtungsfarbe nicht überein mit einer Grundfarbe, sondern liegt zwischen zwei solchen, ist z. B. grün, beim Vorhandensein einer gelben und blauen Grundfarbe, so werden diejenigen farbigen Stoffe am wenigsten zersetzt, welche Grün am besten reflectiren, das ist der gelbe und blaue. Es wird also ein grünes Gemisch entstehen, ausserdem Weiss, jedoch nur in geringerem Maasse.

Bei weisser Beleuchtung werden sämtliche Farbstoffe zerstört, und der weisse bleibt allein übrig.

Bei fehlender Beleuchtung bleibt der Stoff schwarz.

So überzeugt man sich, dass alle Farben richtig wiedergegeben werden; jedoch nur bei einer nicht zu überschreitenden Grenze der Belichtungsstärke oder -Dauer. Wird sie überschritten, so muss das Weiss vorzuherrschen beginnen und die Farben müssen allmählich verblassen.

Es ist möglich, dass ein lichtempfindlicher Stoff die Eigenschaften des farbenempfindlichen nur theilweise besitzt; er wird dann auch nur theilweise oder unvollkommen die Farben wiedergeben können.

Ist er nicht schwarz, so gibt er Schwarz nicht wieder. Ist er nicht absorptionsmässig lichtempfindlich, so bleibt er unverändert für eine Farbe, die er absorbirt, und kann diese daher nicht wiedergeben.

Sind die Grundfarben nicht einfarbig, so wird er die einfarbige Beleuchtung, die eine solche reflectirt, entweder überhaupt unrichtig, oder doch im Farbenton ungenau wiedergeben. Ein gleicher Fehler tritt ein, wenn die Zersetzungsstoffe nicht absorptionsmässig lichtempfindlich sind.

Sind endlich an verschiedenfarbigen Zersetzungsstoffen nur weniger als drei vorhanden, oder sind deren Farben nicht ausreichend verschieden, so können nicht alle Farben wiedergegeben werden. Diese Bemerkung bezieht sich auch auf den weissen Zersetzungsstoff. Wenn er fehlt, wird Weiss nicht wiedergegeben.

Trotz all solcher Abweichungen wird aber doch jeder lichtempfindliche Farbstoff, der farbige Zersetzungsstoffe liefert, in einem gewissen Maasse Farben abbilden können. Denn die Beleuchtungsfarbe wird die gleichfarbige Verbindung ungestört lassen, da das Licht von ihr zurückgeworfen wird, die andersfarbigen aber leichter zerstören, weil diese die Beleuchtungsfarbe leichter absorbiren.

Man wird die Eigenschaften des farbenempfindlichen Stoffes für sehr verwickelt und schwer erreichbar halten. Indess ist diese Verwicklung durch die Natur bekannter Verfahren gefordert. Sie ist aber nicht nöthig, wenn man sich die Aufgabe stellt, auf einfachstem Wege Farbenphotographien durch Körperfarben zu erzeugen vermöge der Auslese des zersetzend wirkenden absorbirten Lichtes. Ich komme darauf im Abschnitt 14 zurück.

13. Erklärung der Farbenwiedergabe bei Seebeck's und Poitevin's Verfahren.

Die Farbenwiedergabe wird erklärt durch den Nachweis, dass die benutzten lichtempfindlichen Stoffe mit einer gewissen Annäherung die Eigenschaften eines farbenempfindlichen besitzen — nicht vollkommen, denn die Farbenwiedergabe ist nicht vollkommen.

Die erste Abweichung besteht schon darin, dass der lichtempfindliche Stoff nicht schwarz ist, sondern bei Seebeck dunkelviolet bis grauviollett, bei Poitevin dunkelgrauviollett bis graubraun. Schwarz kann also nicht wiedergegeben werden, an seine Stelle treten die genannten dunkeln Töne. Indess theilen diese Stoffe mit dem schwarzen die Eigenschaft, alle sichtbaren Strahlen in gewissem Maasse zu absorbiren und gegen alle auch lichtempfindlich zu sein.

Die Zersetzungsstoffe sind, wie schon im Abschnitt 1 er-

wähnt, Stoffe verschiedener Farbe. Sie müssten nach den Angaben von Carey Lea und Krone auch ausreichend an Zahl oder ausreichend verschiedenfarbig sein. Aber sie sind nicht vollkommen einfarbig, und darin liegt ein Grund für die theilweise unrichtige Wiedergabe des Farbentons (vgl. Absch. 4).

Ein weisser Zersetzungsstoff ist nicht entstehungsfähig bei Seebeck's Verfahren; Weiss kann also und wird hier auch nicht wiedergegeben.

Wohl aber trifft beides für Poitevin's Verfahren zu. Auch ist die Entstehungsfähigkeit des Weiss geringer als die der anderen Zersetzungsstoffe. Denn erst bei langer Belichtung werden die Farben blasser.

Von allen Eigenschaften des farbenempfindlichen Stoffes bleibt jetzt nur noch die absorptionsmässige Lichtempfindlichkeit der farbigen Zersetzungsstoffe bei den beiden Verfahren zu untersuchen.

Auch sie darf nur in dem Maasse vorhanden sein, als es der Grad der Genauigkeit der Farbenwiedergabe erfordert.

Bei Seebeck's Verfahren ist das Roth die am besten ausgeprägte Farbe. Damit es unter rother Beleuchtung entstehen konnte, mussten alle anderen Zersetzungsfarben rothempfindlich sein, um durch die rothe Beleuchtung zerstört werden zu können. Dies trifft auch zu.

Zur Prüfung wurde das unter dem Spectrum entstandene Bild in seiner Ebene um 90° gedreht, sodass jetzt jeder einfarbige Streifen des Bildes dem ganzen beleuchtenden Spectrum ausgesetzt war.

Dabei blieb unter dem Roth der zweiten Belichtung allein das Roth des ersten Spectrumbildes erhalten; die übrigen Farben wurden zerstört, indem sie bis zum beginnenden Ultraviolett alle eine rothe Färbung annahmen.

Aehnliches gilt für die anderen Bildfarben. Doch da sie schon nach der ersten Spectralbelichtung nicht gut ausgeprägt waren, so konnten sie nach der zweiten kreuzenden nur noch schwieriger erkannt werden. So viel liess sich jedoch sagen, dass das Bildroth der ersten Belichtung durch die grüne und blaue zweite Belichtung zerstört wurde, wenn auch die mit dem Roth verbundene Aufhellung des Grundtones noch zu sehen war. Es stimmt das mit dem p. 232 erwähnten Ver-

such Carey Lea's überein. Ferner war auch das Grün des ersten Bildes ausser durch das Roth auch durch das Blau der zweiten Belichtung zerstört.

Es war also durch das Blau der zweiten Belichtung sowohl das Roth als das Grün des ersten Bildes zerstört; das Violett kann es natürlich auch verändern, da Blau ja aus dem violetten Grundstoff hervorgegangen war. Da nun Gelb bei diesem Verfahren überhaupt kaum erscheint, so ist damit die Entstehung des Blau unter der blauen Belichtung erklärt, da sie alle andersfarbigen Zersetzungsstoffe zu zerstören vermag. Blau ist aber wohl die nach Roth noch am besten wiedergegebene Farbe.

Beim Poitevin'schen Verfahren sind die Farben durchweg besser ausgeprägt. Der Versuch mit gekreuzten Spectren liess sich daher hier besser ausführen.

Bei einem Versuch hatte die erste und zweite Belichtung je eine halbe Stunde gedauert.

Die Farben des ersten Bildes blieben dann, wie zu erwarten, unter den gleichfarbigen der zweiten Belichtung un geändert. Durch die andersfarbigen Beleuchtungsfarben änderten sie sich nach der Beobachtung von Prof. Dr. Holzapfel in folgender Weise:

Das *Roth* des ersten Bildes wird im Gelb der zweiten Belichtung gelb, unter den anderen Beleuchtungsfarben ebenfalls verändert.

Das *Gelb* des ersten Bildes bleibt im Roth der zweiten Belichtung, ein wenig auch im Grün, wird im Blau grünlich, im Violett zerstört.

Das *Grün* des ersten Bildes wird im Roth der zweiten Belichtung roth, im Gelb gelb, im Blau und Violett verändert.

Das *Blau* des ersten Bildes wird im Roth der zweiten Belichtung roth, im Gelb gelb, im Grün grün, im Violett verändert und dunkler.

Das *Schwarzviolet*, das sich unter dem Violett der ersten Belichtung gebildet, wird unter dem Roth der zweiten Belichtung Roth und nimmt unter den anderen Beleuchtungsfarben eine wenig bestimmte, jedoch zu ihnen jeweils hinneigende Färbung an.

Im allgemeinen wurde also jeder farbige Stoff nur unter

der gleichfarbigen Beleuchtung erhalten, unter einer andersfarbigen verändert oder zerstört.

Eine Ausnahme bildet davon das Gelb oder besser das Orange, da die unter gelber Beleuchtung entstehende Farbe mit einem reinen Gelb verglichen mehr orangefarben erscheint (vgl. p. 239). Diese Farbe wird durch das benachbarte Roth und Grün einer zweiten Belichtung nicht verändert und wird auch durch Blau nicht leicht zerstört, da hier die Mischfarbe Grün entsteht.

Diese Thatsache würde der gegebenen Erklärung der Farbenwiedergabe widersprechen, wenn sie nicht die Ursache zu einem Fehler derselben wäre, welcher die Erklärung rechtfertigt.

Wenn nämlich der orangefarbene Stoff nicht ausreichend lichtempfindlich ist für Roth und Grün, so kann er gleichzeitig mit dem rothen Stoff unter der rothen und mit dem grünen Stoff unter der grünen Beleuchtung entstehen, ohne wieder zerstört zu werden; wenn er aber überhaupt gegen die Belichtung widerstandsfähiger ist, so kann er schliesslich die Oberhand gewinnen; und dies wird in der That beobachtet.

Der ursprünglich schmale orangegelbe Streifen breitet sich mit wachsender Dauer der Spectralbelichtung nach beiden Seiten hin aus. Seine Breite betrug z. B. in einem 24 Minuten lang belichteten Felde etwa 1 mm, in einem daneben liegenden fünfmal so lang belichteten etwa 3 mm.

Diese Verbreitung fand bei einigen Versuchen stärker nach der rothen als nach der blauen Seite des Spectrums statt. Bei anderen Versuchen schien das nicht der Fall zu sein. Es kann dies wohl von kleinen Verschiedenheiten in der Art der Darstellung der empfindlichen Schicht herrühren.

Wo diese Verschiebung vorhanden ist, hängt sie wohl mit der folgenden Erscheinung zusammen.

Eine genauere Untersuchung ergab nämlich, dass bei kurzer Belichtungsdauer, z. B. 4 Minuten, unter gelber Beleuchtung von der Farbe der Natriumflamme nicht ein gelber, sondern ein rother Stoff entsteht, der erst allmählich jene orangegelbe Färbung annimmt. Es scheint also der gelbe Stoff erst aus der Zersetzung eines rothen hervorzugehen.

Dieser Vorgang ist chemisch zu erklären und muss für

die vorliegende Untersuchung nur insofern beachtet werden, als er eine einseitige Verschiebung des orangegelben Streifens bei wachsender Belichtungsdauer erklären kann. Denn nach dem Gesagten wird der rothe Ausgangsstoff leichter bei rother als bei grüner Beleuchtung entstehen können.

Man überzeugt sich so, dass die Abweichungen der Eigenschaften der benutzten photographischen Stoffe von denen eines farbenempfindlichen auch Abweichungen von der richtigen Farbenwiedergabe bedingen.

Für diejenige Farbe beim Poitevin'schen Verfahren aber, welche bei ausreichender Belichtung dauernd richtig wiedergegeben wird, nämlich Orangegelb, sind die Bedingungen erfüllt: alle anderen auftretenden farbigen Stoffe sind für orangegelbes Licht empfindlich und werden dadurch zersetzt.

Die Farbenwiedergabe und der Grad ihrer Genauigkeit durch die von Seebeck und Poitevin benutzten Stoffe wurde also erklärt durch den Nachweis, dass sie die Eigenschaften eines farbenempfindlichen Stoffes in dem durch jene Genauigkeit geforderten Maasse der Annäherung besitzen.

14. Die Stellung der Farbenphotographie mit Körperfarben zu dem Farbendruck- und Interferenz-Verfahren. Möglichkeit der Vervollkommnung der Körperfarbenphotographie.

Die Farbenphotographie mit Hülfe eines farbenempfindlichen Stoffes sei hier als *Körperfarbenphotographie* bezeichnet.

Sie steht dem neuerdings von H. W. Vogel¹⁾ ausgearbeiteten Verfahren des Farbendrucks insofern nahe, als die Farben in beiden Fällen durch Körperfarben wiedergegeben werden. Ferner bedürfen beide Verfahren des Vorhandenseins absorptionsmässig lichtempfindlicher Stoffe, auf die sich also der Vogel'sche Grundsatz der optischen Sensibilisatoren anwenden lässt. Ein Fortschritt in der Auffindung solcher Stoffe kann unter Umständen beiden Verfahren zu Gute kommen.

Auch das Verfahren mit Körperfarben eignet sich zur Vervielfältigung, da die Farben auch in der Durchsicht erscheinen. Dazu muss man sich natürlich durchsichtiger Platten

1) Verh. d. phys. Ges. z. Berlin, Wied. Ann. 46. p. 521. 1892.

bedienen, wie sie z. B. neuerdings von Veress¹⁾ benutzt wurden. Natürlich ist der Farbendruck jedem anderen in der Vervielfältigungsfähigkeit überlegen. Aber es würde das Verfahren mit Körperfarben wenigstens das Interferenzverfahren in dieser Hinsicht übertreffen.

Diesem letzteren steht es aber insofern näher, als die Farben unmittelbar unter der farbigen Belichtung entstehen. Da es aber die Farben nicht als Schein-, sondern als Körperfarben wiedergiebt, so wäre es vielleicht als das eigentliche Ideal der Farbenphotographie anzusehen.

Davon ist es augenblicklich freilich noch weit entfernt. Vielleicht wird das anders, nachdem seine Grundlagen aufgedeckt sind.

Dabei erkennt man, dass das Seebeck'sche und Poitevin'sche Verfahren noch einen Umweg wählt. Die Eigenschaften des farbenempfindlichen Stoffes sind sehr verwickelt. Aber nachdem nachgewiesen ist, dass er die Farben richtig wiedergiebt, könnte man umgekehrt seine Begriffsbestimmung an die Fähigkeit der richtigen Farbenwiedergabe knüpfen und fragen: welches sind die einfachsten Eigenschaften, die er zu diesem Zwecke haben muss?

Ich glaube, dies wäre aus einem schwarzen Gemisch dreier absorptionsmässig lichtempfindlicher Farbstoffe zu ersehen, welche bei ihrer Zersetzung nur in weisse Stoffe zerfallen.

Doch sind natürlich die verschiedensten Abarten dieses Verfahrens denkbar.

Es sind auch verschiedene Wege denkbar, auf denen sich die Fixirung erreichen liesse. Es erscheint nicht ausgeschlossen, dass die entstandenen Farbstoffe durch chemische Einwirkung in gleichfarbige lichtunempfindliche übergeführt oder durch einen geeigneten Zusatz vor Zersetzung geschützt werden. Einen Fall letzterer Art erwähnt Otto N. Witt in einem bemerkenswerthen Vortrag.²⁾

1) Vgl. Eder's Jahrbuch für Photographie. p. 46. 1891. ²⁾

2) Otto N. Witt, „Ueber Farben und Färben. Eine Studie über Energieverwandlung.“ Vortr. geh. bei Gelegenheit des VI. deutsch. Färbertages. Prometheus p. 625 u. 641. 1894. Sehr treffend bemerkt er, dass Theorie und Praxis aufgehört haben, einander fremd gegenüber zu stehen, da jeder theoretische Fortschritt einen praktischen zur Folge haben kann.

Es lassen sich nämlich lichtunempfindliche, d. h. lichtempfindliche Farben auf Faserstoffen dadurch lichtecht machen, dass man die Faser mit Kupfersalzen imprägnirt. Ohne die Natur der Farbstoffverbindung zu beeinflussen, nehmen diese nach Witt's Vermuthung wegen ihrer leichteren Zersetzbarkeit die Lichtenergie auf und machen sie dadurch für den Farbstoff unschädlich.

Es ist aber auch denkbar, dass die photographische Schicht erst durch Zusatz anderer Stoffe lichtempfindlich und nach deren Wegnahme von selbst wieder unempfindlich wird.

Man könnte fragen, welchen Zweck es hätte, nach neuen Verfahren zu suchen, da bereits vortreffliche vorhanden sind. Aber es zeigt die Erfahrung, dass bei verschiedenen Lösungen einer technischen Aufgabe selten eine einzige alle anderen verdrängt. Sondern jede erhält den Bereich ihrer Verwendungen, für die sie am angemessensten erscheint.

Und wenn das Körperfarben-Verfahren zur Zeit das unvollkommenste ist, so lässt sich doch den künftigen Erfindern nicht vorschreiben, innerhalb welcher Grenzen der Unvollkommenheit sie es lassen sollen, so wenig man künftigen Geschlechtern vorschreiben kann, innerhalb welcher Grenzen der Erkenntniss sie sich halten sollen, wie es von denjenigen geschieht, welche ihre Grenzen bestimmen zu können meinen.

Es trifft das gewiss bei der Entwicklung der Farbenphotographie zu und hoffentlich auch in dem vorliegenden Fall. Ich kann aber hier eine Aeusserung des Verf. nicht unwidersprochen lassen, nämlich seine Annahme, dass chemische Wirkung langwelliger Strahlen zu Stande käme dadurch, dass sie nach der Absorption erst in kurzwellige verwandelt würden. Mit gleichem Recht könnte man die Wärmewirkung kurzwelliger Strahlen durch eine Verwandlung in langwellige erklären wollen, ehe sie Erwärmung bewirken könnten. Es wird aber die Art der Lichtwirkung nicht durch die Länge der ankommenden Welle, sondern durch die Beschaffenheit des aufnehmenden Stoffes bestimmt. Meine Versuche über stehende Lichtwellen bewiesen, dass die chemische Wirkung durch die jenen innewohnenden electrischen Kräfte hervorgebracht wird, und diese sind vorhanden unabhängig von der Grösse der Wellenlänge. Sie können je nach der Beschaffenheit des betroffenen Körpers Zersetzung oder Erwärmung hervorbringen, so gut wie die electrischen Kräfte eines constanten Stroms Zersetzung bei einem Electrolyten, nur Wärme bei einem metallischen Leiter erzeugen.

15. Mechanische Farbenanpassung in der Natur.

Man schrieb früher dem Lichte einen weitgehenden Einfluss auf die Entstehung der Farben in der Natur zu,¹⁾ nicht nur bei den Pflanzen, deren Grün zur Entstehung im allgemeinen unstreitig des Lichtes bedarf, sondern auch bei den Thieren. Ein solcher unmittelbarer Einfluss wurde aber um so mehr geleugnet oder wenigstens nur noch in beschränktem Maasse anerkannt, je mehr man mit Darwin die Färbung der Thiere auf die Wirkung natürlicher und geschlechtlicher Zuchtwahl zurückführen lernte.

Ohne diese Wirkung zu bestreiten, hat aber neuerdings Semper²⁾ betont, dass die Erklärung damit noch nicht vollständig ist, dass z. B. das erste Auftreten von Farbstoff im Gewand eines Thieres unerklärt bleibt. Diese Bemerkung kann sich natürlich nicht beziehen auf Farben, welche als die bedeutungslose Eigenschaft der vom Organismus hervorgebrachten chemischen Verbindungen aufgefasst werden können.³⁾ Sie hat aber gewiss Berechtigung im Hinblick auf den häufig beobachteten Mangel von Farben bei Thieren, die im Dunkeln leben.

Allgemein führen Semper⁴⁾ und Eimer⁵⁾ aus, dass das Abändern der Lebewesen, welches die Grundlage von Darwin's Lehre bildet, von ihm nur als Thatsache hingenommen wurde und noch selbst der Erklärung bedürftig sei. Als eine Ursache dieses Abänderns betrachtet Eimer⁶⁾ die physikalischen und chemischen Veränderungen, welche die Lebewesen durch die Einwirkung der äusseren Lebensbedingungen erfahren. Er schreibt daher auch der Einwirkung des Lichtes einen bedeutenden Einfluss auf die Bildung und Veränderung der Farben der Thiere zu.⁷⁾

Mit solchen Betrachtungen hat man den Boden physika-

1) Vgl. Karl Semper, Die natürlichen Existenzbedingungen der Thiere; Leipzig, F. A. Brockhaus 1880. p. 107.

2) Semper l. c. p. 122.

3) Vgl. Darwin „Abstammung des Menschen“, deutsch v. V. Carus, 5. Aufl. p. 298.

4) Semper, l. c. Vorwort.

5) Eimer, Entstehung der Arten 1. p. 1.

6) l. c. p. 24.

7) l. c. p. 93. 145. 167 u. a.

lischer Anschauung betreten. Denn diese verlangt die gesetzmässige Zurückführung eines Vorganges auf den ihm zeitlich unmittelbar vorangehenden Zustand. Gegenüber einer derartigen mechanischen Erklärung ist die Darwin'sche Art der Erklärung als eine statistische zu bezeichnen und nimmt zu ihr etwa die Stellung ein, wie die Erklärung der Gasgesetze nach der kinetischen Gastheorie gegenüber der rein mechanischen Erklärung der Bewegung eines einzelnen Molecüls. Nur der Gegenstand der uns zugänglichen Beobachtung nimmt in beiden Fällen eine verschiedene Stellung ein. Er ist bei den Gasen der Gesamtvorgang, in der Natur meist nur der Einzelvorgang. Ich bin auf diese Ueberlegung eingegangen, um zu zeigen, dass die beiden Erklärungsweisen einander nicht ausschliessen, sondern sich gegenseitig ergänzen müssen.

In dieser Hinsicht verdient die Feststellung eines unmittelbaren Einflusses des Lichtes auf die Färbung der Thiere besondere Beachtung. Ein solcher ist genau untersucht bei Raupen und Schmetterlingspuppen. Er wurde entdeckt durch T. W. Wood¹⁾ im Jahre 1867. Die im Verpuppen begriffenen Raupen wurden in den Sonnenschein gebracht und mit gefärbten Gegenständen umgeben; dann nahmen sie deren Farben an. Wie weit diese Empfänglichkeit bei Puppen und auch bei Raupen verbreitet ist, hat neuerdings Edward B. Poulton²⁾ in ausserordentlich eingehenden und sorgfältigen Experimentaluntersuchungen gezeigt.

Als Ursache der Erscheinung wurde von dem Entdecker Wood eine photographische Empfindlichkeit der Haut angenommen. Doch gab er dafür keinen Beweis. Seine Annahme war aber durchaus nicht selbstverständlich. Denn es sind Fälle rascher Farbenanpassung bekannt, die auf anderen Um-

1) T. W. Wood, Proc. Ent. Soc. p. 99—101. 1867, citirt nach E. B. Poulton „The Colours of Animals“, London, Kegan Paul, Trench, Trübner & Co. 1890, woselbst die Geschichte der Entdeckung p. 113 ff. mitgetheilt ist; findet sich auch bei Poulton, Phil. Trans. London. 178. p. 312. 1887.

2) Vgl. ausser den erwähnten Schriften die umfassende Abhandlung: „Further experiments upon the colour-relation between certain lepidopterous larvae, pupae, cocoons, and imagines and their surroundings.“ Transactions of the entomological Society of London p. 293. 1892.

ständen beruhen, z. B. bei Fröschen und Fischen. Bei diesen Thieren wird die Farbenanpassung durch das Auge ausgelöst. Verlieren sie ihr Auge¹⁾, sei es durch den Eingriff des Experimentators, sei es zufällig, so verlieren sie gleichzeitig die Fähigkeit der Farbenanpassung. Diese beruht aber nicht einmal auf einer Veränderung, sondern nur einer verschiedenen Lagerung des Farbstoffes vermöge der Zusammenziehbarkeit der ihn tragenden Zellen, der sog. Chromatophoren, die auch dem Chamäleon²⁾ die merkwürdige Fähigkeit des Farbenwechsels verleihen.

Aus diesem Grunde hielt es Poulton für geboten, zunächst nach einem ähnlichen Zusammenhang bei den Raupen zu suchen. Er bedeckte die Augen einer Anzahl von Raupen mit einem undurchsichtigen Schirm.³⁾ Sie verloren aber dadurch nicht die Fähigkeit der Farbenanpassung.

Darauf wurde sein Verdacht auf die behaarten Dornen der untersuchten Raupen gelenkt.⁴⁾ Sie konnten vielleicht ein lichtempfindliches Organ beherbergen. Aber auch diese Vermuthung bestätigte sich nicht. Die geschorenen Raupen behielten ihr Farbenanpassungsvermögen.

Die Haut selbst muss also dieses besitzen. Welches ist nun die physikalische Beschaffenheit ihrer Färbung? Poulton untersuchte dies⁵⁾ bei *Amphidasis betularia*, dem Birkenspanner, der in hervorragendem Maasse die Farbenempfindlichkeit besitzt. Dieser verdankt die grüne Farbe einem in Oelkügelchen eingelagerten Farbstoff in der Fettschicht, die sich zwischen Epidermis und den oberflächlichen Muskeln befindet. Die Epidermis selbst kann ausserdem einen dunkeln Farbstoff beherbergen, der dann das grüne Pigment verdeckt und die Haut braun erscheinen lässt.

Die verschiedenen Färbungen entstehen hier also nicht

1) Versuche und Beobachtungen von Lister und Pouchet, vgl. Semper l. c. p. 117, Poulton, *Colours of Animals* p. 85.

2) Vgl. Ernst Brücke, Untersuchungen über den Farbenwechsel des afrikanischen Chamäleons. 1851 u. 1852; Ostwald's Klassiker 43.

3) Poulton, *Phil. Trans.* 178. p. 323 u. 345 ff. 1887; *Colours of Animals* p. 128.

4) Poulton, *Phil. Trans.* 178. p. 335. 1887. *Colours of Animals* p. 128.

5) Poulton, *Trans. ent. Soc.* p. 357. 1892.

durch verschiedene Lagerung der unveränderlichen Farbstoffe, sondern dadurch, dass Farbstoff neu gebildet und unter Einfluss des Lichtes verändert wird. Die wirksamsten Aenderungen erfolgen mit dem dunkeln Farbstoff in den Epidermiszellen, aber auch der darunter liegende grüne wird beeinflusst. Der Bereich der dadurch erzeugbaren Färbungen erstreckt sich vom Braun, Grün und Grau einerseits nach Schwarz, andererseits nach Weiss.¹⁾

Sollte nun die Farbenanpassung der Raupen mit der Farbenwiedergabe der Körperfarbenphotographie zusammenhängen, so müsste der dunkle Farbstoff von selbst im Dunkeln gebildet werden und die hellen Färbungen durch die Einwirkung des Lichtes auf ihn zu Stande kommen.

In der That hat Poulton beobachtet, dass im Dunkeln vorzugsweise dunkle Raupen und Puppen, im Lichte dagegen zwischen hellen Gegenständen helle gebildet werden.²⁾ Indess ist es auffallend, dass dunkle Umgebung in kräftigem Lichte noch leichter dunkle Formen hervorbringt als vollkommene Dunkelheit.³⁾ Ich komme darauf noch zurück.

Wie weit man von den Farbstoffen der Raupenhaut die oben bezeichneten Eigenschaften eines farbenempfindlichen Körpers für die Erklärung der Farbenanpassung fordern muss, hängt von dem Bereich dieser Anpassung ab.

Es hängt diese Frage mit der andern zusammen, ob die Raupen nur die in der Natur ihnen begnenden Farben oder auch andere davon abweichende nachahmen können. Poulton⁴⁾ hat meist nur den ersteren Fall beobachtet. Aber auch hier hat er gezeigt, dass nicht sonstige Umstände, sondern nur das Licht einen Reiz ausübte. Denn nicht bloss grüne Blätter und braune Zweige waren wirksam, sondern auch grüne und braune Papierstreifen; ebenso z. B. weisse Papierstreifen und verschiedenfarbige Glasfenster.⁵⁾

Wenn aber von Raupen auch andere Farben als die ihrer

1) Poulton, Trans. ent. Soc. p. 359. 1892.

2) Vgl. z. B. Poulton, Phil. Trans. 178. p. 430. 1887 u. Trans. ent. Soc. p. 328 u. 353. 1892.

3) Poulton, Trans. ent. Soc. p. 329 u. 385. 1892.

4) Poulton, Trans. ent. Soc. p. 470. 1892.

5) Poulton, Trans. ent. Soc. Vgl. z. B. Tabellen p. 461 u. 466. 1892.

natürlichen Umgebung angenommen werden können, wird man sie jedenfalls nicht als Schutzfärbungen verstehen können. Eine derartige Erklärung verwirft auch Poulton¹⁾ in einem Fall bei *Pieris brassicae* und *Pieris rapae*, die sich in einem zu zwei Drittel mit tief orangefarbenem Papier belegten Glaszylinder verpuppten. Diese Farbe zerstörte mehr als irgend eine andere mit Ausnahme von Weiss den dunkeln Farbstoff und erzeugte so hellgelbgrüne Puppen.

Eine ausgesprochene Abweichung von den Naturfarben erwähnt Beddard²⁾: „Mr. Morris³⁾ succeeded in producing white, red, salmon, black and blue pupae of *Danaë chrysippus*; they are only green or pink in nature.“ Man muss also annehmen, dass der Farbstoff dieser Raupe in hohem Maasse die Eigenschaft eines farbenempfindlichen Stoffes besitzt in dem oben bezeichneten Sinne (p. 258).

Aus diesen Beispielen folgt, dass die biologische Erklärung der Schutzfärbung nicht genügen kann; es folgt aber keineswegs, dass natürliche Auslese nicht im Spiele war zur Hervorbringung des farbenempfindlichen Pigmentes der Raupen. Denn es ist leicht möglich, dass wenn dasselbe fähig wurde, die natürlichen Farben der Umgebung wiederzugeben, es von selbst, d. h. vermöge der nämlichen chemischen Beschaffenheit auch die Fähigkeit erlangte, andere Farben wiederzugeben.

Für die Annahme, dass diese Beschaffenheit in gewissem Maasse diejenige eines farbenempfindlichen Stoffes ist, spricht noch ein weiterer Versuch von Poulton. Da die Raupenhaut in hohem Grade sich der Farbe des Laubgrüns anpassen kann, so muss das von ihm ausgehende Licht auch besonders im Stande sein, das dunkle Pigment zu zerstören, das sich beim Fehlen des Lichtes in der Haut bildet und ansammelt. Poulton hat nun bei *Pieris brassicae* und *Pieris rapae* genau untersucht, welche Strahlen des Spectrums den dunkeln Farbstoff der Epidermis am stärksten zerstören. Das Ergebniss wird durch einen Linienzug⁴⁾ veranschaulicht, dessen Abscissen die

1) Poulton, Phil. Trans. 178. p. 421. 1887.

2) Frank E. Beddard, „Animal Coloration“, London, Swan Sonnenschein & Co. p. 137. 1895.

3) Morris, Journ. Bombay Nat. Hist. Soc. 1890 nach Beddard.

4) Poulton, Phil. Trans. 178. Fig. 6. p. 431. 1887.

Wellenlängen der Beleuchtungsfarben und dessen Ordinaten den geschätzten Betrag des dunkeln Farbstoffs in der Epidermis darstellen. Ausser dem bereits erwähnten Maximum der Farbstoffzerstörung durch orangefarbene Beleuchtung mit Wellenlängen zwischen 570 und 650 $\mu\mu$ findet sich bei *Pieris rapae* noch ein zweites, jedoch weniger stark ausgeprägtes für hellgrüne Beleuchtung mit Wellenlängen zwischen 510 und 584 $\mu\mu$. Es ist also besonders der gelbe Bestandtheil des von grünen Blättern ausgesandten Lichtes, welcher in hohem Maasse den dunkeln Farbstoff zu vernichten vermag. Die äussersten rothen und blauen Theile des Spectrums wirken dagegen fast ebenso wie Dunkelheit.

Die Aehnlichkeit mit dem Vorgange bei der Körperfarbenphotographie geht aber noch weiter. Poulton hat nämlich in der Epidermis grüner Raupen von *Amphidasis betularia*, die den dunkeln Farbstoff zu beherbergen vermag, statt dessen einen mattgelben Farbstoff gefunden, der unter dem Mikroskop ein grüngelbes Ansehen hatte: „It is therefore clear that the surroundings determine not only the presence or absence of true pigment in the epidermic cells, but also its constitution and therefore colour when present.“¹⁾

Auch der grüne Farbstoff in der Fettschicht kann theilweise vernichtet werden¹⁾, z. B. durch weisse Beleuchtung. Dann empfängt er also auch Strahlen, die von ihm absorbirt werden und deshalb auf ihn einwirken können.

Eine Prüfung der gegebenen Erklärung bildete bei den Farbenphotographien der Versuch mit den gekreuzten Spectren (p. 261). Einen diesem ähnlichen Versuch hat auch Poulton angestellt. Er versetzte Raupen aus dunkler in helle Umgebung und umgekehrt, ein Versuch, den er „Transference Experiment“²⁾ nannte. Er ergab, dass eine Veränderung der ersten Färbung im Sinne der Einwirkung der zweiten Umgebung bemerklich war, so lange er innerhalb der Stadien stattfindet, in denen die Raupe die Empfindlichkeit besitzt. Gerade hier tritt aber dem Verständniss eine grosse Schwierigkeit entgegen, auf die ich sofort eingehen werde.

1) Poulton, Trans. ent. Soc. p. 359. 1892.

2) Vgl. z. B. Trans. ent. Soc. p. 352 u. 419. 1892.

Es muss zunächst hervorgehoben werden, dass in den bisher besprochenen Erscheinungen die Raupenhaut sich so verhält, als ob sie Farbstoffe beherberge, die in den Stadien der Empfindlichkeit mit verschiedener Annäherung die Eigenschaft des farbenempfindlichen Stoffes besitzen.

Damit man aber einfach sagen könnte, die Raupenhaut verhält sich wie eine farbenphotographische Platte, müsste festgestellt sein, dass zwei verschiedene Stellen der Haut, die verschiedener Beleuchtung ausgesetzt waren, auch eine verschiedene Farbe annehmen.

Eine solche Beobachtung liegt in der That vor. Doch scheint sie die einzige zu sein. Sie wurde mitgetheilt von Mrs. Barber in einer Abhandlung, welche durch Darwin der entomologischen Gesellschaft von London¹⁾ vorgelegt wurde. Eine Raupe von *Papilio nireus* setzte sich vor dem Verpuppen auf Holz fest, welches an Backstein anstieß. Nach dem Abstreifen der Haut nahm sie mit der unteren Seite die Farbe des Holzes an, an das sie befestigt war, mit der oberen aber diejenige des anliegenden Backsteins. Poulton²⁾ bemerkt dagegen, dass eine Verschiedenheit der Rücken- und Bauchseite bei Puppen häufig angetroffen wird. Doch könnte dies vielleicht gerade dem Umstande zugeschrieben werden, dass diese beiden Seiten häufig einer verschiedenen Beleuchtung unterliegen.

Zu dem entgegengesetzten Ergebniss führten aber die Versuche von Poulton. Er brachte den vorderen und hinteren Theil der Raupe in verschiedene Umgebung, ein Versuch, den er als „conflicting colour experiment“³⁾ bezeichnet. Es wurde keine örtliche Wirkung beobachtet, sondern eine auf dem ganzen Körper gleichförmige, mittlere Färbung, die von dem Verhältniss der Oberflächen beider Theile abhing, auch ohne vorwiegenden Einfluss des vorderen Theiles.

Gegen die einfache Natur des Vorgangs sprechen auch die Versuche Poulton's, durch die er die Stadien grösserer Empfindlichkeit feststellte. Es sind das die der Häutung oder

1) Ent. soc. trans. p. 519. 1874 nach Poulton.

2) Poulton, Phil. Trans. 178. p. 315. 1887.

3) Vgl. z. B. Phil. Trans. 178. p. 373. 1887. Colours of Animals p. 131. Trans. ent. Soc. p. 420 u. 446. 1892.

Verpuppung vorangehenden. Kurz vor dieser fand meist bei dem „Transference Experiment“ die Uebertragung in andere Umgebung statt und trotzdem erwies sich die erste Umgebung meist als von grösserem Einfluss als die zweite auf die Färbung, welche die Raupe oder Puppe *nach* der Häutung oder Verpuppung annahm. Diese zweite Haut ist natürlich unter der früheren vorgebildet, besitzt aber nach Poulton dann noch keinen Farbstoff. Die zukünftige Farbe dieser Haut wird also beeinflusst, ohne dass sie noch einen Farbstoff enthält.¹⁾

Man muss daher Poulton unbedingt zustimmen, wenn er bei diesen Fällen die Annahme eines einfachen photographischen Vorgangs verwirft und verwickelte physiologische Vorgänge voraussetzt.²⁾

Trotzdem halte ich es nicht für ausgeschlossen, dass eine Beziehung zur Körperfarbenphotographie besteht, nämlich insofern, als die Farbstoffe der Raupen die Eigenschaft des farbenempfindlichen Stoffes in gewissem Maasse besitzen. Natürlich konnte Poulton nicht eine solche Beziehung annehmen, da die Natur jener Farbenphotographie noch nicht ergründet war. Es besteht für ihn daher auch eine Lücke im Verständniss der Farbenanpassung der Raupen, die er mit den Worten³⁾ ausdrückt: „some quality in the light reflected from surrounding objects forms the cause, but the physiological chain which connects the two“ — (Farbe der Beleuchtung und der Haut) — „has yet to be discovered.“ Die gesuchte Beziehung ist aber vermuthlich die Wirkungslosigkeit des Lichtes, wenn es reflectirt, die Wirkungsfähigkeit wenn es absorbirt wird, je nachdem es an Farbe mit den belichteten Farbstoffen übereinstimmt oder nicht, soweit wenigstens die Farbenanpassung überhaupt besteht.

1) Der Freundlichkeit des hiesigen Lepidopterologen Hrn. Omar Wackerzapp verdanke ich die Mittheilung, dass die Raupe von *Geometra Vernaria* ihr grünes Sommerkleid im Herbst mit dem Braunwerden der Blätter in ein braunes, nach Ueberwinterung im nächsten Frühling wieder in ein grünes verwandelt. In beiden Fällen ist aber *keine Häutung* mit der Farbenänderung verbunden. Vgl. Stett. entomol. Zeit. p. 1. 1889. Es ist aber nicht festgestellt, ob hier das Licht die Ursache der Farbenänderung ist.

2) Poulton, Phil. Trans. 178. p. 317. 1887. Trans. ent. Soc. p. 391. 1892.

3) Poulton, Trans. ent. Soc. p. 359. 1892.

Um aber zu zeigen, dass die merkwürdige Beeinflussung der Beschaffenheit der künftigen Haut und der Beschaffenheit der ganzen Hautoberfläche durch Belichtung eines Theiles der Haut nicht im Widerspruch mit dieser Vorstellung ist, bin ich genöthigt darzulegen, dass Vorgänge denkbar sind, welche im Anschluss an die den Anstoss ertheilende Lichtabsorption jene Wirkung verstehen lassen.

Poulton hält die Annahme für möglich, dass die oberflächliche gefärbte Schicht sich befindet in einem Zustand von „complete physiological unity“¹⁾ und dass das Nervensystem die Lichtwirkung fortleitet. Es ist nicht schwer sich davon eine genauere physikalische Vorstellung zu bilden.

Ich erinnere an Erscheinungen, die Ostwald²⁾ unter dem Namen der chemischen Fernwirkung zusammengefasst hat. Man kann amalgamirtes Zink auflösen durch Zufügung verdünnter Säuren, aber nicht zum Zink, sondern zu einem mit ihm metallisch verbundenen Platindraht, wenn Zink und Platin durch eine Thonwand voneinander getrennt ursprünglich in eine neutrale Lösung eingetaucht waren. Natürlich wird die Wirkung durch den electrischen Strom vermittelt.

In ähnlicher Weise könnte der bei der Belichtung des Farbstoffes einer Zelle entstandene Stoff in Nervenleitungen einen electrischen Strom erzeugen, der die gleiche Zersetzung in anderen Zellen der Raupenhaut hervorbringt, natürlich unter Verminderung der Zersetzung in der betroffenen Zelle selbst. Es entstände dadurch eine gleichmässige Wirkung in der ganzen Haut. Eine solche Uebertragung der Wirkung müsste man vergleichen mit einer Fernsehvorrichtung oder einer Vorrichtung electrisch in die Ferne zu photographiren.

Da aber nach Poulton anscheinend nicht die beleuchtete Haut, sondern die darunter liegende farblose Haut beeinflusst wird, so müsste man annehmen, dass in irgend einer Weise eine Zersetzung auf diese übertragen würde, wobei die in der äusseren Haut rückgängig gemacht wird. Diese Zersetzung müsste die spätere Bildung von Farbstoff verhindern. Solche besonderen Vorstellungen sind freilich noch verfrüht und nur

1) Poulton, Trans. ent. soc. p. 392. 1892.

2) Ostwald, Zeitschr. f. phys. Chem. 9. p. 540. 1892.

angeführt, um die Beziehung zur Farbenphotographie nicht ausgeschlossen erscheinen zu lassen; sie sind auch verwickelt; aber dies ist ja der Vorgang selbst. Da indess die Natur vom Einfachen zum Verwickelten aufsteigt, wäre es merkwürdig, wenn nicht auch noch Fälle bekannt werden sollten, in denen der Vorgang auf einer frühen einfacheren Entwicklungsstufe stehen blieb und eine unmittelbarere Beziehung zur Farbenphotographie aufwies.

Poulton¹⁾ führt auf ähnliche Vorgänge die Fähigkeit der *Halias prasinana* zurück, einen der Umgebung angepassten Cocon zu spinnen.

Jene Fernleitung in der Raupenhaut erklärt auch die Wirkungsfähigkeit dunkler Umgebung im Lichte. Denn die den dunkeln Gegenständen anliegenden Theile der Haut sind dann ein Entwicklungsheerd für dunkles Pigment, das der ganzen Haut zu Gute kommt.

Dass diese Entwicklung aber noch stärker ist als in vollkommener Dunkelheit und auch stärker bei Raupen, die erst dem Lichte und dann der Dunkelheit, als bei solchen, die nur der Dunkelheit ausgesetzt waren²⁾, hängt vielleicht mit der Wirkung der äussersten violetten und ultravioletten Strahlen des Tageslichtes zusammen. Ich werde später eine ähnliche Erscheinung bei Farbenphotographien besprechen.

Weitere Fälle von Farbenanpassung wurden schon oben erwähnt. Es sind solche, bei denen das Auge den auslösenden Reiz empfängt. Nach Eimer³⁾ lassen sie sich zurückführen auf den bei den Raupen, indem zwischen der Stelle des Reizempfanges und der Reizwirkung eine längere Nervenbahn eingeschaltet und die Fähigkeit des Reizempfanges auf das Auge beschränkt wird. Semper⁴⁾ erklärt hier die Farbenanpassung durch die mit den Farben und der Helligkeit der Umgebung wechselnde Stärke des Reizes auf die Netzhaut. Sie erzeugen nach Beobachtungen von Dewar⁵⁾ verschieden starke electricische Ströme; man muss ihnen daher auch verschiedene Fähigkeit

1) Poulton, Trans. ent. Soc. p. 392. 1892; Colours of Animals. p. 145.

2) Trans. ent. Soc. p. 419. 1892.

3) Eimer, Entstehung der Arten. p. 156.

4) Semper, l. c. p. 119.

5) Dewar, Nature. 15. p. 433 u. 453. 1877.

der Zusammenziehung der Chromatophoren zuschreiben. Mit wachsender Stärke der Zusammenziehung erscheint aber die Haut heller. Man sieht, dass diese Erklärung der für die Raupen gegebenen ähnlich ist.

Ferner berichtet Semper¹⁾ über eine merkwürdige Angabe, wonach „weisse Kaninchen am leichtesten und sicher zu züchten seien in weissem reflectirten Licht.“ Ich glaube aber kaum, dass dies mit dem vorliegenden Gegenstand etwas zu thun hat. Bei ihren Verwandten im hohen Norden hat man wenigstens Gründe²⁾ die Anlegung des weissen Winterkleides auf den mittelbaren Einfluss der Kälte zurückzuführen. Und wenn jene Kaninchen nur reflectirtes und nicht directes Sonnenlicht erhielten, hatten sie vermuthlich ihren Aufenthalt an einem kühlen Orte.

Ob der oben betrachteten Art von Farbenanpassung noch eine weitere Verbreitung zukommt, weiss ich nicht. Vielleicht werden aber weitere Fälle bekannt, wenn erst die Aufmerksamkeit der Biologen darauf gelenkt ist.³⁾

Es ist aber auffällig, dass in dem kräftigen Licht der Aequatorialzonen eher dunkle als helle Formen herangewachsen sind. Aber auch hier nimmt man einen Zusammenhang mit dem Licht an. So berichtet Darwin⁴⁾ über die dunklere Färbung vieler Vögel, die den Süden der Vereinigten Staaten Amerikas bewohnen gegenüber denen im Norden, und fügt hinzu: „dies scheint das directe Resultat der Verschiedenheiten zwischen den beiden Gegenden in Bezug auf Temperatur, Licht etc. zu sein.“⁵⁾

1) Semper, l. c. p. 265.

2) Vgl. Poulton, Colours of Animals. p. 94 ff. 1890; Beddard, Animal Coloration. p. 76. 1895.

3) Nachträglich finde ich noch in Vogel's Handbuch der Photographie 1. 4. Aufl. p. 57 u. 203. 1890 die bemerkenswerthe Angabe, dass schon Herschel (Phil. trans. p. 189. 1842) nachwies, dass gewisse Pflanzenfarbstoffe am stärksten durch die zu der ibrigen complementären Beleuchtungsfarbe gebleicht werden. Es hätte demnach die Untersuchung Reiz, ob auch bei der lebenden Pflanze z. B. gewisse Blüthen unter farbiger Beleuchtung ähnliche Färbungen annehmen können.

4) Darwin, Abstammung des Menschen; deutsch von V. Carus. 5. Aufl. p. 253.

5) Hr. O. Wackerzapp gewährte mir den genussreichen Anblick ganzer Reihen von Schmetterlingen jeweils derselben Art in seiner reich-

Hier muss man nun bedenken, dass unser Urtheil über den Grad der Farbenanpassung getrübt ist durch die Unempfindlichkeit unseres Auges gegen die äussersten violetten und ultraviolettten Strahlen einerseits, die ultrarothern andererseits. Jene bringen aber häufig Schwärzung hervor und müssen daher bei der Farbenphotographie fern gehalten werden.¹⁾

In dieser Hinsicht verdient der folgende Versuch Beachtung, den ich mit einem Poitevin'schen Blättchen anstellte. Dasselbe wurde heller, wenn von dem beleuchtenden unzerlegten electrischen Licht die ultraviolettten Strahlen durch eine Chininlösung zurückgehalten wurden, dagegen dunkler, wenn diese ungehindert hinzutraten. Es ist dies eine Folge des im ersten Fall zersetzten, im zweiten neugebildeten Silberchlorürs. Bei derartigen Versuchen fiel mir auch die schwärzende Wirkung der Erwärmung und die Veränderungen begünstigende der Feuchtigkeit auf.

Nach allem wird man wenigstens bei den Raupen einen Zusammenhang mit der Körperfarbenphotographie anerkennen, insofern sie einen Farbstoff beherbergen, der in gewissem Maasse die Eigenschaften eines farbenempfindlichen Stoffes besitzt.

Und in diesem Sinne muss die Farbenanpassung der einzelnen Raupe als eine mechanische bezeichnet werden. Damit würde aber nicht im Widerspruch stehen, wenn diese Fähigkeit durch biologische Anpassung im Sinne Darwin's erworben wurde. Denn es können diejenigen Individuen am besten geschützt und erhalten worden sein, deren Pigmente am besten farbenempfindlich waren.

Ob jene Fähigkeit aber auch unter Mitwirkung des Lichtes nach Roux und Eimer²⁾ oder nur durch zufällige Abänderung des Keimplasmas nach Weismann im Laufe der Zeiten entwickelt wurde, ist wohl nicht leicht zu entscheiden. Dabei

haltigen Sammlung, in denen je nach dem Breitengrad oder dem Klima, z. B. auf Nord- und Südseite der Alpen, oder der Höhenlage die Färbungen stufenweise verschieden waren. Die sonst bedeutungslos erscheinenden Unterschiede würden wohl kaum zu verstehen sein, wenn man sie nicht auf den Einfluss von Licht, Wärme etc. zurückführen wollte.

1) Zenker, Photochromie. p. 59.

2) Roux u. Eimer, vgl. Citat p. 235 u. 234.

muss man bedenken, dass es keinen vollkommen echten Farbstoff gibt und also jeder wohl in einem geringen Maasse farbenempfindlich sein wird. Dann werden aber auch die frühen Vorfahren der Raupen, welche noch nicht die Farbenanpassung der heutigen besessen haben, ein wenig durch das Licht verändert worden sein. Nach Eimer müsste man sich vorstellen, dass diese chemische Veränderung auch nicht ohne Einfluss auf die Beschaffenheit des Keimplasmas und der Nachkommen geblieben sein konnte und deren individuellen Abänderungen eine bestimmte Richtung verliehen hat. Diese Abänderungen brauchten dann nicht auf einen Zufall zu warten. Aber selbst wenn Eimer's Vorstellung unzulässig wäre, dürfte ein solcher Zufall in physikalischem Sinne nur als das Spiel unbekannter Vorgänge betrachtet werden, die noch der Aufklärung bedürfen.

18. Zusammenfassung und Schluss.

Ich hatte mir die Aufgabe gestellt, die Ursachen der Farbenwiedergabe bei den alten Verfahren der Farbenphotographie zu ermitteln, wie sie in ihren Hauptarten durch die von Seebeck, Becquerel, Poitevin vertreten sind.

Die Erklärung von Schultz-Sellack durch Zertheilungsfarben wurde zunächst als unrichtig erwiesen.

Es war vor allem ein Mittel erforderlich zur Unterscheidung von Interferenz- und Körperfarben, welche an Stoffen von hohem Brechungsvermögen erscheinen.

Dies leistete ein rechtwinkeliges Glasprisma von gleichfalls hohem Brechungsvermögen, durch welches die zu untersuchenden Farben betrachtet wurden.

Durch die dabei eintretende Veränderung der Farben erwies sich das Becquerel'sche Bild auf spiegelnder Silberunterlage als im Wesentlichen durch Interferenz entstanden. Hier hatte also Zenker als Ursache der Farbenwiedergabe richtig die Bildung von stehenden Lichtwellen erkannt.

Bei den Bildern nach Seebeck und Poitevin trat aber keine Farbenänderung ein. Sie bestehen also aus Körperfarben, und die Zenker'sche Erklärung findet auf sie keine Anwendung.

Zu demselben Schluss führt die Thatsache, dass diese Bilder die gleichen Farben im durchgehenden wie im reflectirten Licht zeigen.

Es liess sich nachweisen, dass auch bei Becquerel's Bildern in geringem Grade Körperfarben mitwirken.

Das Verständniss der Entstehung von Körperfarben wird angebahnt durch den für das Seebeck'sche Verfahren von Carey Lea, für das Poitevin'sche von Krone gelieferten Nachweis, dass die in der Platte vorhandenen Stoffe fähig sind farbige Verbindungen zu liefern, unter deren Farben fast alle Spectralfarben, wenn auch nicht mit deren Farbenton vertreten sind.

Es fehlte aber noch die Erklärung, warum die entstehenden Farbstoffe mit der jeweiligen Farbe der Beleuchtung übereinstimmen.

Die Erklärung wurde darin gefunden, dass von allen entstehungsfähigen Farbstoffen nur der mit der Beleuchtungsfarbe gleichfarbige auf die Dauer bestehen kann, weil er dieselbe am besten zurückwirft, also am wenigsten absorhirt und daher am wenigsten verändert werden kann; die andersfarbigen dagegen können jene Beleuchtungsfarbe absorbiren und deshalb auch wieder zersetzt werden.

Diese Erklärung wurde dadurch geprüft, dass auf ein Spectrumbild ein rechtwinklig kreuzendes Spectrum entworfen wurde. Dabei vermochte in der That eine richtig abbildbare Beleuchtungsfarbe alle anderen entstandenen Farbstoffe zu zersetzen; der gleichfarbige blieb allein erhalten.

Es ist also grundsätzlich möglich, dass farbige Beleuchtung in geeigneten Stoffen gleichfarbige Körperfarben erzeugt.

Ich habe solche Stoffe als *farbenempfindliche* bezeichnet.

Diese Möglichkeit und die Erkenntniss ihrer Ursache bilden die neue Grundlage einer Art Farbenphotographie, die man als *Körperfarbenphotographie* bezeichnen kann. Die Hoffnung scheint berechtigt, dass auf dieser Grundlage neue Verfahren gefunden werden, welche die alten Körperfarbenverfahren an Genauigkeit der Farbenwiedergabe und Fixirbarkeit der Bilder übertreffen.

Die Farbenwiedergabe kann als *Farbenanpassung* bezeichnet werden; denn sie entsteht durch Auslese der Farbstoffe, welche

der zerstörenden Einwirkung der Beleuchtungsfarbe am besten widerstehen; das sind die gleichfarbigen.

Dieser Umstand legte die Frage nahe, ob Farbenanpassung in der Natur auf gleichem Wege entstehen kann, d. h. durch einen Vorgang *mechanischer Anpassung* im Gegensatz zu der biologischen Anpassung, welche nach Darwin durch natürliche Auslese der Einzelwesen entsteht.

Ein solcher Fall liegt vor bei Raupen und ihren Puppen und ist durch eingehende Versuche von Poulton untersucht. Wenngleich diese das Hinzutreten verwickelter physiologischer Vorgänge erweisen, machen sie doch die Annahme wahrscheinlich, dass der Farbstoff dieser Thiere innerhalb der empfindlichen Stadien der Entwicklung in einem gewissen Maasse die Eigenschaft des farbenempfindlichen Stoffes besitzt.

In diesem Fall würde die Erscheinung zu einer allgemeinen Erscheinungsgruppe mechanischer Anpassung gehören, die durch Wilhelm Roux entdeckt und unter der Bezeichnung „functionelle Anpassung“ zusammengefasst wurde.

Ich glaube, dass mit Vorstehendem die Arbeit des Physikers betreffs der mechanischen Farbenanpassung im Wesentlichen gethan ist, und es hat jetzt die des Chemikers und Photographen einerseits, des Biologen andererseits zu beginnen, beziehungsweise das physikalische Ergebniss nutzbar zu machen.

Phys. Inst. d. techn. Hochschule Aachen, 25. April 1895.

**2. Bemerkungen zu einer Arbeit
des Hrn. Borgesius über ein Interferenz-
refractometer etc.¹⁾ von Wilhelm Hallwachs.**

Im zweiten, diesjährigen Heft der Annalen spricht sich Hr. Borgesius p. 242 in Bezug auf frühere Arbeiten von mir folgendermassen aus.

„Hallwachs (Wied. Ann. 47. p. 381. 1891; l. c. 50. p. 584. 1893) hat gemeint, zeigen zu können, dass nur in Bezug auf die Dichte sich constitutive Einflüsse (Dissociation) geltend machen, das Refractionsvermögen aber von ihnen wenig berührt werde.“

Nach Herleitung der Beziehung

$$AR = 1000 v \Delta n + \varphi (n_0 - 1),$$

wo A das Aequivalentgewicht,

R das Brechungsvermögen $(n - 1)/d$,

v die Verdünnung (Grammäquivalente im Liter),

Δn die Brechungsdivergenz,

φ das „Molecularvolumen“,

n_0 den Brechungsexponent des Wassers

bedeuten²⁾, fährt er fort:

„Mit den von Hallwachs für das Molecularvolumen des NaCl gegebenen Werthen berechnet sich aus meinen Beobachtungen die Molecularrefraction AR :

v	$1/8$	2	4	8	16	32	64	128
AR	15,69	15,90	15,88	15,83	15,89	15,93	16,16	16,54.

Diese Zahlen zeigen, obwohl sie constanter sind als die für $A\Delta n/p$ oder $v\Delta n$ erhaltenen Werthe, doch noch ein Anwachsen bei steigender Verdünnung. Für andere Salze war ich nicht im Stande, die Berechnung auszuführen, da genügend genaue Angaben über die Dichten nicht vorliegen. So lange aber φ abnimmt mit wachsender Verdünnung, und dies scheint

1) Borgesius, Wied. Ann. 44. p. 221. 1895.

2) Die angegebenen, von mir früher benutzten Bezeichnungen sind auch in das Citat eingeführt.

immer der Fall zu sein, müsste nach obiger Formel $v \Delta n$ zugleich grösser werden, um constante Zahlen für R zu ergeben. Nach meinen Beobachtungen scheint dies nicht immer stattzufinden, für KCl z. B. zeigen die Zahlen ein Maximum für $v = 16$.“

Abgesehen davon, dass der Verfasser im ersten Satz des Citates das Resultat meiner Versuche¹⁾ nicht scharf wiedergegeben hat, ist der Schluss, den er aus seinem zu diesem Zweck nicht ausreichenden Versuchsmaterial, der Reihe mit NaCl und etwa KCl zieht, unberechtigt.

Zunächst ist der erste Werth von AR in der oben angegebenen Reihe nicht ganz richtig berechnet. Der Verfasser gibt nämlich p. 234 für $1000 v \Delta n$, dort mit

$$\frac{m v}{p} 10^3$$

bezeichnet, den Werth 9,48 an. Die Temperatur war $19,2^\circ$; für 18° ist beobachtet²⁾ $\varphi_{18^\circ} = 18,94$; für $19,2^\circ$ ergibt sich dann³⁾ $\varphi_{19,2^\circ} = 19,04$, also $\frac{1}{3} \varphi = 6,35$. Aus der oben angegebenen Formel folgt dann:

$$AR = 9,48 + 6,35 = 15,83.$$

Der niedrigere Werth 15,69 des Verfassers ist vielleicht dadurch veranlasst, dass er für $14,1^\circ$ gültige φ benutzt hat, denn er verweist hinsichtlich des φ auf meine Arbeit im Band 50 d. Ann., wo nur Werthe für $14,1^\circ$ angegeben sind.

Eine weitere Unsicherheit des ersten Werthes der AR liegt darin, dass der Interferentialrefractor für eine so concentrirte Lösung kein geeignetes Instrument ist. Die beobachteten Streifenahlen sind in der Arbeit nicht enthalten. Da die ganze Verschiebung der Compensatorzelle (35 mm) die Zählung von 1100—1200 Streifen erfordert hätte, wurde nur ein Bruchtheil derselben benutzt. Wählt man diesen so, dass die Streifenverschiebung auf Werthe herabgeht, welche in Rücksicht auf Temperaturfehler genügend schnell zu ermitteln sind,

1) Hallwachs, Wied. Ann. **53**. p. 11. 1894; **50**. p. 587. 1893.

2) F. Kohlrausch u. W. Hallwachs, Wied. Ann. **53**. p. 39. 1894.

3) Hallwachs, Wied. Ann. **53**. 6. 1894; $\alpha - \alpha_{H_2O}$ ist gleich 0,000165 nach Marignac, Arch. de Gén. **39**. p. 283. 1870.

und nicht so leicht dem Ver zählen unterliegen, so gewinnen die Ablesungsfehler der Verschiebung, 0,02—0,04 mm (eine grössere Anzahl von Beobachtungen zur Beurtheilung dieses Fehlers ist nicht mitgetheilt), beträchtlichen Einfluss.

Aus diesen Gründen ist die zweite Decimale des oben berechneten Werthes unsicher.

Was ferner die beiden letzten Zahlen der erwähnten Reihe des Verfassers für AR betrifft, so sind bei denselben wegen der zu geringen Troglänge grössere Fehler in Aussicht zu nehmen.

Erstens ist die dabei benutzte Streifenverschiebung, 5 bzw. 10, an sich sehr klein.

Zweitens sind die Fransen bei so kleinen Gangunterschieden sehr breit und wenig schön, sodass im allgemeinen die Einstellung leidet.

Der Verfasser beobachtet nämlich unter spectraler Zerlegung so, dass er die Phasendifferenz durch Null durchschlägt, d. h. die Voreilung des Strahls I gegen II durch Compensation in ein ebenso grosses Zurückbleiben verwandelt und während dessen die Wanderung zählt. Nähert man sich dabei der Phasendifferenz Null, so „werden dann zuerst“ die Streifen „immer breiter, bis fast das ganze Spectrum zugleich verdunkelt wird“, wie der Verfasser p. 226 selbst angiebt. Ich kann das nach früheren, eigenen Beobachtungen bestätigen und habe die Einstellungsfehler in solchen Fällen beträchtlich gefunden.

Bei den erwähnten beiden verdünntesten NaCl-Lösungen geschah die Einstellung auf Interferenzen, denen höchstens 2,5 bzw. 5 Wellenlängen Gangdifferenz zugehörten. Denn die maximale Verschiebung $2e$ der Compensatortröge betrug ¹⁾ 35 mm, die Brechungsdifferenz ν für die Lösung von $\nu = 128$ war ²⁾ $0,83 \cdot 10^{-4}$, daraus findet sich für Na-Licht die ganze Streifenverschiebung ³⁾

$$p = \frac{2e\nu}{\lambda} = \frac{35 \cdot 0,83 \cdot 10^{-4}}{5,89 \cdot 10^{-4}} = 4,9.$$

1) Borgesius, l. c. p. 226.

2) l. c. p. 234.

3) Vgl. die Formel l. c. p. 226.

Den beiden Streifenmitten, auf welche eingestellt werden kann, gehören also höchstens $4,9/2 = 2,5$ Wellenlängen Gangunterschied zu. Es muss sich also der Einfluss der vom Verfasser, wie oben citirt, angegebenen Streifenverbreiterung in bedeutendem Maasse geltend machen und auch bei der doppelten Concentration noch einwirken.

Vermuthlich haben auch diese Fehlerquellen die bei anderen Bestimmungen des Verfassers mit geringerer Streifenzahl vorkommenden Unregelmässigkeiten mit veranlasst, z. B. ¹⁾

		$v = 4$	16	64
1000 $v \Delta n$	BaCl ²	15,29	15,42	14,93
	SrCl ²	14,09	14,18	14,06
	BaBr ²	19,06	19,21	19,22
	SrBr ²	17,91	18,01	17,67

Man sieht, dass die einfachen Beziehungen der Zusammensetzung der vier Körper in den Werthen für $v = 4$ und $v = 16$ scharf hervortreten, in denen für $v = 64$ aber nicht mehr.

Ferner nimmt bei dreien der Körper $v \Delta n$ mit der Verdünnung ab, während sich bei allen von mir oder Hrn. Forch untersuchten Lösungen bis zu viel stärkeren Verdünnungen hin eine Zunahme fand und diese auch bei den Versuchen des Verfassers eintritt, so lange die Verdünnungen nur bis 32 gehen. Bei der Hälfte der untersuchten Körper ist bis $v = 64$, bei zweien bis $v = 128$ fortgeschritten worden: die entsprechenden Aenderungen von $v \Delta n$ haben wechselndes Vorzeichen.

Am meisten tritt dies bei Vergleichung der Werthe für NaCl mit denen für KCl hervor:

		$v = 4$	8	16	32	64	128
1000 $v \Delta n$	KCl	10,06	10,13	10,26	10,27	10,23	10,05
	NaCl	10,22	10,25	10,36	10,49	10,77	11,18

Während die Werthe für NaCl bei den beiden grössten Verdünnungen auffällig ansteigen, nehmen die für KCl ab. Der Verfasser schliesst aus diesen Zahlen, dass bei KCl bei mittlerer Verdünnung ein Maximum eintrete²⁾, was aber doch wohl zu weit gegangen sein dürfte.

Unter Berücksichtigung des gerade Erwähnten, des über die Fehler, welche aus zu geringer Streifenzahl entspringen,

1) l. c. p. 234 u. 235.

2) l. c. p. 243 u. 242.

Gesagten und der Erwägung, dass gerade für sonst so analoge Körper wie NaCl und KCl eine derartige Verschiedenheit des Verhaltens, wie sie die Zahlen des Verfassers zeigen, wenig wahrscheinlich ist, darf man die mitgetheilten Werthe für $v = 64$ und $v = 128$ zu weiteren Schlüssen über den Zusammenhang zwischen Lichtbrechung und Concentration nicht verwenden. Es kommt bestätigend hinzu, dass der Verfasser selbst Fehler von einigen Einheiten der 6. Decimale in Aussicht nimmt (p. 227) und eine quadratische Formel für die Abhängigkeit des Δn von der Concentration als zulässig erachtet (p. 242), welche Abweichungen bis zu sechs Einheiten der 6. Decimale giebt. Dem entspricht aber ein Fehler von 7—8 Proc. in dem AR der verdünntesten NaCl-Lösung, während bereits ein Fehler von 4 Proc. weitere Schlüsse unmöglich macht.

Die vom Verfasser gegebene, oben citirte Reihe der Molecularrefraction des NaCl in Lösungen verschiedener Concentration erhält nach dieser Weglassung der beiden letzten und der Verbesserung des ersten Werthes folgende Gestalt:

v	$\frac{1}{v}$	2	4	8	16	32
AR	15,82	15,90	15,88	15,83	15,89	15,93
t	19,2°	18,0	18,8	19,4	19,6	18,1

Diese Beobachtungen reichen nun mit Rücksicht auf ihren, aus der Reihe selbst ersichtlichen, wohl durch die Temperaturschwankungen¹⁾ etwas beeinträchtigten Genauigkeitsgrad zu einem Schluss auf Inconstanz von AR bei fortschreitender Verdünnung nicht aus. Insbesondere lässt sich aus ihnen ein Ansteigen von AR mit wachsender Verdünnung nicht entnehmen.

Es findet mit letzterer, wie meine früheren Beobachtungen zeigen, allerdings ein geringer Anstieg statt, er ist aber gegen das erhebliche Wachsen der Werthe von $v\Delta n$ sehr klein und

1) Hr. Borgesius gibt l. c. p. 230 darüber an, dass die Beobachtungen während der Monate Juli bis September 1893 geschahen, dass die Sonne mit einer unerhörten Ausdauer ihre Strahlen herabsandte, das Beobachtungszimmer gegen Süden lag, und es deshalb nicht möglich war, die Temperaturänderungen innerhalb geringer Grenzen zu erhalten. Letzteres ergab sich bei meinen früheren Versuchen als durchaus nothwendig, wenn man für weitergehende Schlüsse ausreichend genaue Beobachtungen liefern wollte, und fand deshalb, wie aus den Temperaturangaben hervorgeht, sorgfältig statt.

fällt fast vollständig weg, wenn man sich für das Brechungsvermögen der Grösse

$$K = \frac{1}{d} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$$

bedient.

Aus den im Vorstehenden gegebenen Erläuterungen geht hervor, dass durch die Beobachtungen des Hrn. Borgesius dessen zu Anfang citirter Aeusserung entgegen meine früheren Resultate nicht berührt werden. Der Inhalt derselben war, „dass die“ an verdünnten Lösungen von mir früher beobachtete „in vielen Fällen beträchtliche Zunahme der molecularen Brechungsdifferenz mit wachsender Verdünnung durch das besondere Verhalten der Dichte verdünnter Lösungen vollständig erklärt wird“, dass also „die im Gang des electrischen Leitungsvermögens ihren deutlichsten Ausdruck findenden, constitutiven Einflüsse (Dissociation) auf das Brechungsvermögen keinen erkennbaren Einfluss ausüben. Denn einerseits sind die beobachteten Aenderungen sehr klein, andererseits ist ja die Unveränderlichkeit des Brechungsvermögens auch sonst nur annäherungsweise vorhanden und zu erwarten.“¹⁾

Dresden, April 1895.

1) Hallwachs, Wied. Ann. 53. p. 10 u. 11. 1894.

3. Ueber den Einfluss gelöster Gase auf das Silbervoltameter; von John E. Myers.

(Aus der Strassburger Dissertation.)

Die Hrn. Schuster und Crossley fanden, dass die im Silbervoltameter abgeschiedenen Mengen um einen wahrnehmbaren Betrag grösser sind, wenn die Electrolyse im Vacuum, als wenn sie wie gewöhnlich unter atmosphärischem Druck und in Luft stattfindet. Der Mittelwerth der Differenzen aus einer grossen Versuchsreihe beträgt rund $\frac{1}{10}$ Proc. des Niederschlages.¹⁾

Diese kleinen Unterschiede wurden Sauerstoff zugeschrieben, der von der Silberlösung absorbiert worden war; denn als die Electrolyse in einer Sauerstoffatmosphäre ausgeführt wurde, ergaben sich kleinere Niederschläge als unter gleichen Umständen in Luft.

Die nachfolgenden Untersuchungen wurden unternommen in der Absicht, diese interessante Entdeckung zu prüfen und ferner, einen Einfluss anderer Gase als Sauerstoff auf das electrochemische Aequivalent des Silbers festzustellen.

An dieser Stelle sei es mir verstattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. Kohlrausch meinen aufrichtigsten Dank auszudrücken für die Anregung zu der Untersuchung und die werthvollen Rathschläge, mit denen er mir während der ganzen Dauer der Arbeit zur Seite stand.

Zu sämmtlichen Versuchen wurden zwei Voltameter Poggendorff'scher Form benutzt. Zwei Platintiegel, jeder von ca. 12 cm² innerer Oberfläche, bildeten die Kathoden; die Anoden waren cylindrische Stäbe aus reinem Silber von 0,3 cm Durchmesser. Um das Herunterfallen von Ag-Theilchen zu vermeiden und zugleich um die durch den Strom an der Anode gebildeten Sauerstoffverbindungen zu sammeln,

1) Schuster u. Crossley, Proc. Roy. Soc. 50. p. 344. 1892.

wurde die von F. und W. Kohlrausch angegebene Vorrichtung angewandt. Dieselbe besteht in einem unter die Anode gehängten Glasschälchen, welches mittels dreier angeblasener Glasfäden auf dem Tiegelrand aufliegt. Die schwarzen Verbindungen wurden auf diese Weise gesammelt und man suchte ihre chemische Zusammensetzung, über welche verschiedene Hypothesen vorliegen, festzustellen.

Der Strom wurde von Accumulatoren geliefert, mittels eines Rheostaten constant erhalten und durch eine Federstromwaage gemessen.

Die Lösungen wurden aus reinem krystallinischen Silbernitrat bereitet und reagierten immer neutral auf Lackmuspapier. Die in den zwei Tiegeln benutzten Lösungen wurden voneinander getrennt gehalten.

Das Ausspülen der Silberniederschläge geschah nach den bekannten Vorschriften. Die Tiegel wurden über einer kleinen Flamme getrocknet, in einen Exsiccator gebracht und eine halbe Stunde nachher auf einer empfindlichen kurzarmigen Waage gewogen. In allen Fällen wurde Doppelwägung angewandt und zwar der eine Tiegel mit dem anderen verglichen. Das Gewicht eines und desselben Tiegels wurde vor und nach jedem Versuche bestimmt.

1. Beide Tiegel in Luft.

Durch die zwei hintereinandergeschalteten Voltmeter, die sich in Luft befanden, wurde ein constanter Strom geleitet. Die benutzte AgNO_3 -Lösung war 20 proc. 1407 mdeg/p

Tabelle I.

Strom	Ag-Niederschlag in		A—B	In Proc.
	Tiegel A	Tiegel B		
Am.	g	g	mg	
0,178	0,56888	0,56886	+ 0,02	+ 0,003
0,264	1,06100	1,06115	— 0,15	— 0,014
0,256	0,51301	0,51301	± 0,00	± 0,000
0,213	0,85732	0,85728	+ 0,04	+ 0,004
0,32	0,65232	0,65234	— 0,02	— 0,003
0,20	0,92977	0,92976	+ 0,01	+ 0,001

Die Unterschiede sind verschwindend klein.

Ebenso vollkommene Uebereinstimmung erhielt man mit verschieden concentrirten Lösungen von 5, 15 und 20 Proc. in zwei hintereinandergeschalteten Voltametern.

Tabelle II.

Strom	Temp.	Conc.	Niederschlag in A	Conc.	Niedersch. in B	A - B	In Proc.
Am.		%	g	%	g	mg	%
0,14	17,0°	20	0,36620	5	0,36624	- 0,04	- 0,011
0,16	17,2	20	0,18645	15	0,18646	- 0,01	- 0,005
0,04	19,0	20	0,33121	5	0,33119	+ 0,02	+ 0,006
0,05	19,0	20	0,37065	5	0,37063	+ 0,02	+ 0,006

Für kleine Stromdichten ist also der Niederschlag unabhängig von der Concentration der Lösung.

2. Vergleichung der Niederschläge im Vacuum und in Luft.

Der Vacuumapparat besteht aus einer Glasglocke von 6 cm Durchmesser und 14,5 cm Höhe, welche auf einer ebenen geschliffenen Glasplatte ruht. In der Glasplatte befand sich ein etwas conisches Loch, welches mit einem paraffinirten Korke verstopft war. Durch diesen gingen die Zuleitungsdrähte, sowie eine mit einem Hahne versehene Glasröhre, welche in Verbindung mit einer Bunsen'schen Wasserluftpumpe stand. Ausserdem wurde das Loch mit Kitt luftdicht gemacht und von Zeit zu Zeit mittels eines empfindlichen Galvanometers auf Nebenschluss geprüft.

Das erzielte Vacuum ging im Mittel bis zu 1,6 cm Hg-Druck, welcher mehrere Stunden constant blieb.

Eine merkwürdige Erscheinung trat in dem Vacuumvoltameter auf, wenn die Stromstärke 0,25 Amp. überschritt: es fand dann eine gewaltsame Entwicklung von Gasblasen an der Anode statt, sodass Flüssigkeitstheilchen herausspritzten. Diese Störung trat bei schwächeren Strömen nicht auf.

Da man nach Obigem nur Ströme unter 0,25 Amp. verwenden konnte, war naturgemäss die Dauer der Versuche gross. Die Frage, ob Silber in neutralen Silbernitratlösungen

löslich ist, wird deshalb für die Untersuchung von Wichtigkeit. Um sie zu entscheiden, liess ich einen mit einer dicken electrolytischen Ag-Schicht versehenen Tiegel, in welchen eine 20 proc. neutrale AgNO_3 -Lösung gegossen worden war, ca. 40 Stunden stehen. Der Gewichtsverlust des Tiegels in dieser Zeit betrug nur 0,19 mg, es kommt mithin die Löslichkeit des Silbers während eines 2—3 Stunden dauernden Versuches nicht in Betracht.

Die Resultate sind in der Tabelle III—V wiedergegeben. Dabei wurden nur diejenigen Versuche ausgeschlossen, bei denen sogenannte Ag-Bäume auftraten.

Tabelle III.

20 proc. Silberlösung.

Strom	Temp.	Ag-Niederschlag		Druck	Vac.— Luft	In Proc.
		in Luft	im Vacuum			
Amp.		g	g	cm Hg	mg	%
0,02	19,0°	0,75513	0,75586	1,5	0,73	0,096
0,025	18,7	0,63964	0,64028	1,5	0,64	0,100
0,20	18,0	0,42207	0,42244	1,7	0,37	0,089
0,10	19,0	0,91812	0,91910	1,6	0,98	0,106
0,10	19,0	0,71005	0,71073	1,5	0,68	0,095
0,12	18,5	1,27734	1,27860	1,6	1,26	0,098
0,10	19,0	0,60020	0,60067	1,6	0,47	0,078
0,10	18,0	0,21602	0,21632	1,5	0,30	0,142
0,12	—	0,38320	0,38356	1,5	0,36	0,094
0,105	19,0	0,83571	0,83652	1,7	0,81	0,097
0,03	—	0,07925	0,07934	1,5	0,09	0,114
0,19	18,5	0,88452	0,88524	5,7	0,72	0,081
* 0,135	—	0,67850	0,67883	—	(0,33)	(0,049)

Mittel + 0,099

* Bei diesem Versuche wurden durch ein Versehen die Lösungen vertauscht, sodass die im Tiegel A benutzte Lösung mehr oder weniger luftfrei war, da sie vorher zu einem Vacuumversuch benutzt worden war. Deshalb blieb dieser Versuch bei der Berechnung des Mittelwerthes unberücksichtigt.

Die im Vacuum abgeschiedenen Ag-Mengen waren also im Mittel um 0,099 Proc. grösser, als die in Luft abgeschiedenen.

Tabelle IV.
40 proc. Silberlösung.

Strom	Temp.	Ag-Niederschlag		Druck	Vac.— Luft	In Proc.
		in Luft	im Vacuum			
Amp.		g	g	cm Hg	mg	
0,045	18,3°	0,88050	0,88118	1,1	0,68	0,081
0,042	18,3	1,13000	1,13023	1,4	0,23	0,020
0,042	20,0	1,09211	1,09365	1,5	1,54	0,141
0,043	20,2	0,69173	0,69247	1,7	0,74	0,106
0,043	18,6	0,62291	0,62341	1,5	0,50	0,080
Mittel 0,085						

Die Differenz ist also nahezu dieselbe wie vorhin.

Wandte man aber im Vacuum eine 5 proc. Lösung an, so wurden die Unterschiede kleiner und unregelmässig (Tab. V). Das Voltameter in Luft hatte 20 proc. Lösung.

Tabelle V.

Strom	Temp.	Ag-Niederschlag		Druck	Vac.— Luft	In Proc.
		in Luft	im Vacuum			
Amp.		g	g	cm Hg	mg	
0,046	—	0,78600	0,78638	1,3	+ 0,38	+ 0,047
0,049	17,0°	0,65820	0,65803	1,5	— 0,17	— 0,026
0,046	15,5	0,58979	0,58981	1,3	+ 0,02	+ 0,003
0,043	16,0	1,24050	1,24001	1,3	— 0,49	— 0,039
0,040	17,0	1,05251	1,05230	1,4	— 0,21	— 0,020

Nach diesen Versuchen kam ich auf den Gedanken, dass eine Verdampfung des Schmiermittels (Bienenwachs und Vaseline in gleichen Theilen) des Glockenrands stattfinden und eine reducirende Wirkung auf die Silberlösung ausgeübt werden könne.

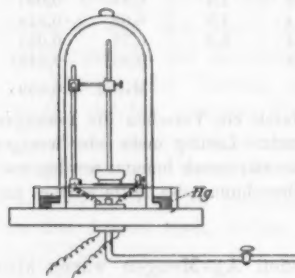


Fig. 1.

Um diese Eventualität auszuschliessen, änderte ich den Vacuumapparat so ab, dass der Gebrauch von Schmiermittel vermieden wurde: Der Rand der Glocke wurde auf der Platte mit feinem Schmirgel ab-

geschliffen und auf die letztere ein kurzer hohler Glascylinder (Fig. 1), dessen Durchmesser etwas grösser war als der der Glocke, festgekittet.

Etwas Quecksilber, das zwischen Cylinder und Glocke gegossen wurde, machte den Apparat luftdicht.

Tabelle VI.

Strom	Temp.	Ag-Niederschlag		Druck	Vac.— Luft	In Proc.
		in Luft	im Vacuum			
Amp.		g	g	cm Hg	mg	
0,062	23,1°	0,53733	0,53765	1,5	0,32	0,059
0,045	24,6	0,63525	0,63598	1,7	0,73	0,114
0,051	25,5	0,66890	0,66941	—	0,51	0,076
0,13	22,7	0,85762	0,85920	1,4	1,58	0,184

Mittel 0,108

Die Differenz ist also im Mittel dieselbe geblieben, wie bei der Dichtung durch das Schmiermittel.

3. Silbervoltameter in Stickstoff und Kohlensäure.

Ein mit Hahn versehenes Glasrohr, das an die Glasglocke angeschmolzen war, diente als Zuleiter des Gases. Die Glocke war mit Quecksilber gedichtet.

Der Stickstoff wurde dadurch erhalten, dass man in der Wärme einem Gemenge von Kaliumnitrit mit Chlorammonium eine gesättigte Lösung von überchromsaurem Kalium zusetzte. Nachdem die Silberlösung (40 proc.) luftfrei gemacht worden war, wurde Stickstoff mindestens eine Stunde lang durch die Glocke geleitet. Man ersieht aus Tabelle VII, dass die Niederschläge in der Stickstoffatmosphäre ein wenig grösser sind, als diejenigen in der Luft.

Tabelle VII.

Strom	Temp.	Ag-Niederschlag		Stickstoff— Luft	In Proc.
		in Luft	in Stickstoff		
Amp.		g	g	g	
0,152	19,8°	0,77978	0,78053	0,00075	0,096
0,148	19,2	0,76655	0,76689	0,00034	0,044
* 0,062	20,2	1,13237	1,13267	0,00090	0,026
0,071	20,2	0,69466	0,69506	0,00040	0,057

* Bei diesem Versuche hatte man vergessen die Lösung in Tiegel B vor dem Einleiten von Stickstoff luftfrei zu machen.

Ähnliche Versuche wurden mit *Kohlensäure* ausgeführt, die mittels eines Kipp'schen Apparates dargestellt und sorgfältig gewaschen wurde, ehe sie in Berührung mit der (20 proc.) Silberlösung kam.

Eine mit CO_2 gesättigte Lösung übt keine merkliche lösende Wirkung auf Silber aus. In neunzehn Stunden lösten sich nur 0,07 mg Ag in einer 10 proc. AgNO_3 -Lösung, welche mit CO_2 gesättigt war.

Tabelle VIII.

Strom	Temp.	Ag-Niederschläge		Luft- CO_2	in Proc.
		in Luft	in CO_2		
Amp.		g	g	g	
0,102	22,3°	0,66332	0,66300	0,00032	0,048
0,095	22,6	0,68195	0,68158	0,00037	0,054
0,043	22,1	0,51732	0,51699	0,00038	0,063
Mittel 0,055					

In Kohlensäure finden wir also gegen Luft eine *verminderte* Silbermenge, im Mittel um 0,055 Proc.

Die Electrolyse von mit *Sauerstoff* gesättigten Silbernitratlösungen ist von Schuster und Crossley¹⁾ untersucht worden. Die Resultate dieser Forscher zeigen, dass der erhaltene Niederschlag aus solchen Lösungen 0,04 Proc. kleiner ist als der in Luft erhaltene.

Ich hatte die Absicht den Einfluss von absorbirtem *Wasserstoff* in ähnlicher Weise zu bestimmen. Es ist mir aber nicht gelungen, Wasserstoff darzustellen, welcher keine reducirende Wirkung auf eine Silbernitratlösung hat. Der Literatur nach scheint es allerdings etwas zweifelhaft zu sein, ob chemisch reiner Wasserstoff auf AgNO_3 derart reagirt.

Löslichkeit des Silbers in sauren Silbernitratlösungen. Die gewogenen Tiegel, welche schon mit einer starken Silberschicht versehen waren, wurden mit einer neutralen 20 proc. Silbernitratlösung gefüllt.

Zu der Lösung in Tiegel A fügte man noch eine Spur freier Salpetersäure. Nach mehreren Stunden wurden die Tiegel ausgespült, getrocknet und gewogen.

1) Schuster und Crossley, Proc. Roy Soc. 50. p. 356. 1892.

Tiegel *A* zeigte etwas Verlust, während das Gewicht vom Tiegel *B* constant blieb.

Zum Beispiel, in einem Versuch verlor Tiegel *A* in 2,5 Stunden 0,33 mg; in einem zweiten Versuch betrug der Verlust 0,38 mg in 3 Stunden.

4. Bestimmung des Silbergehaltes der an der Anode gebildeten Oxydationsproducte.

Nach jedem Versuch wurde die Verbindung sorgfältig abgekratzt und gesammelt. Nach gutem Auswaschen löste man dann in reiner Salpetersäure und bestimmte das Silber als Chlorsilber. Während der Auflösung fand eine reichliche Gasentwicklung statt und die Lösung wurde grünbraun gefärbt.

0,3480 g der Sauerstoffverbindung entsprach 0,4035 g Chlorsilber, also enthält die Verbindung 87,3 Proc. Silber, was annähernd den theoretischen Silbergehalt von Silberoxyd, Ag_2O_2 (87,1 Proc.) darstellt.

5. Einfluss absorbirter Luft auf das electrische Leitvermögen von Silbernitratlösungen.

Nach der Kohlrausch'schen Wechselstrommethode wurde das Leitvermögen einer AgNO_3 -Lösung in einem Gefäß mit platinirten Electroden bestimmt (Fig. 2) und zwar sowohl, wenn die Lösung mit Luft gesättigt war, als auch, wenn sie luftfrei war.

Nachdem der Widerstand der luftgesättigten 5 proc. Lösung gemessen war, schloss man das Widerstandsgefäß an die Luftpumpe an und evacuirt ca. 10 Minuten unter beständigem Schütteln. Der Widerstand wurde darauf wieder bestimmt, und die Flüssigkeit mehrere Stunden lang in Luft stehen gelassen und von Zeit zu Zeit geschüttelt. Alsdann maass man abermals den Widerstand. Bei diesen Bestimmungen konnte die Temperatur auf $\frac{1}{250}^\circ \text{C}$. genau abgelesen werden.

Die auf 18°C . reducirten Leitvermögen waren bei einem Versuch

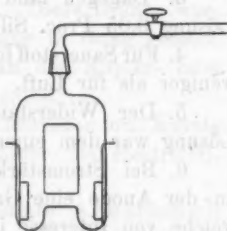


Fig. 2.

vor dem Evacuiren	23,35 . 10 ⁻⁷
nach dem Evacuiren	23,45 . 10 ⁻⁷
nach dreistündigem Stehen in Luft	23,44 . 10 ⁻⁷

Die Zunahme des Leitvermögens muss ohne Zweifel auf die Vergrößerung zurückgeführt werden, welche die Concentration durch die Verdampfung des Lösungsmittels erfährt.

Die Wiederaufnahme der Luft bewirkt keine die Versuchsfehler übersteigende Aenderung.

Resultate.

1. Wurden durch zwei Voltameter, welche neutrale AgNO_3 -Lösungen von gleicher Temperatur und Concentration enthielten, und von denen eines in Luft, das andere im Vacuum sich befand, gleiche Electricitätsmengen geleitet, so schied sich in Uebereinstimmung mit den Versuchen der Hrn. Schuster und Crossley etwas weniger Silber aus in dem in Luft gebrachten Voltameter als in dem im Vacuum befindlichen. Der Unterschied betrug im Mittel 0,10 Proc. für 20—40 proc. Lösungen. Für eine 5 proc. war er kleiner.

2. Wenn die Lösung mit Kohlensäure gesättigt war, schieden sich 0,055 Proc. Silber weniger ab, als aus einer mit Luft gesättigten Lösung.

3. Dagegen fand sich in der mit Stickstoff gesättigten Lösung 0,05 Proc. Silber mehr als in Luft.

4. Für Sauerstoff fanden Schuster und Crossley 0,04 Proc. weniger als für Luft.

5. Der Widerstand einer mit Luft gesättigten 5 proc. Lösung war dem einer evacuirten merklich gleich.

6. Bei Stromstärken über 0,25 Amp. fand im Vacuum an der Anode eine Gasentwicklung statt, eine Erscheinung, welche von Interesse ist. Denn sie zeigt, dass der Vorgang an der Anode entweder direct oder vermöge der Abwesenheit von Luft in der Lösung durch den Druck beeinflusst wird.

Eine Erklärung der Erscheinungen zu geben ist mir nicht gelungen.

4. Ueber das Faraday'sche Gesetz bei Strömen von Reibungselectricität; von John E. Myers.

(Aus der Strassburger Dissertation.)

Electrolyte werden durch statische Electricität ebenso zersetzt, wie durch galvanische Ströme.

Schon im Jahre 1789 zerlegten Paetz van Troostwyk und Deimann¹⁾ mittels Entladungen von Leydener Flaschen Wasser in seine Bestandtheile. Wenige Jahre später electrolysirte Wollaston²⁾ eine Kupfersulfatlösung, indem er 2,5 mm lange Funken einer Electrisirmaschine hindurchschickte. Er verwandte als Electroden Silberdrähte, welche bis auf die Endflächen vollständig mit Siegelack bedeckt waren; auf dem als Kathode dienenden Draht wurde metallisches Kupfer niedergeschlagen. Bei Umkehrung der Stromrichtung wurde das niedergeschlagene Kupfer gelöst. In einer Quecksilberchloridlösung wurde der als Kathode benutzte Golddraht amalgamirt.

Ritter³⁾ scheint zuerst die Zersetzung des Wassers durch Ströme einer Electrisirmaschine bemerkt zu haben. Er verband einen Zinkdraht mit dem positiven, einen Kupfer- oder Platindraht mit dem negativen Entlader. Diese Drähte wurden in Wasser getaucht und die Maschine in Gang gesetzt. Die Zinkelectrode oxydirte sich, und an der Kupfer- oder Platinelectrode entstand eine Gasentwicklung.

Buff⁴⁾ verwandte Platinspitzen als Electroden und konnte aus mit Schwefelsäure angesäuertem Wasser die electrolytischen Gase getrennt auffangen.

Mit der Dampfelectrisirmaschine konnte Armstrong⁵⁾ das Verhältniss der entstandenen Wasserstoff- und Sauerstoffvolumina als 2:1 beobachten. Dies ist das einzige quantitative

1) Paetz van Troostwyk u. Deimann, Journ. de Phys. 2. p. 130. 1789.

2) Wollaston, Phil. Trans. p. 427. 1801; Gilb. Ann. 11. p. 107. 1802.

3) Ritter, Gilb. Ann. 2. p. 154. 1799.

4) Buff, Lieb. Ann. 96. p. 257. 1855.

5) Armstrong, Pogg. Ann. 60. p. 354. 1843.

Resultat, das ich über Electrolyse mittels Reibungselectricität in der Literatur auffinden konnte.¹⁾ Das Faraday'sche Gesetz scheint für diesen Fall niemals geprüft worden zu sein.

Wenn man dasselbe auch von vornherein für sehr wahrscheinlich halten wird, so ist eine Prüfung doch nicht ohne Interesse. Im Folgenden suche ich erstens zu bestimmen, ob verschiedene Elemente in äquivalenten Mengen ausgeschieden werden, und zweitens versuche ich eine Bestimmung des Weber'schen electrochemischen Aequivalentes mit Reibungselectricität. Die Genauigkeit beider Messungen ist natürlich durch die Schwäche und den Mangel an Constanz der Ströme beschränkt.

Die Maschine, die mir zur Verfügung stand, war eine grosse Töpler'sche Influenzmaschine neuer Construction mit 20 Scheiben von 30 cm Durchmesser. Dieselbe gab einen Strom von ungefähr 0,5 Milliampère bei zwei Umdrehungen in der Secunde. Meine Triebkraft, ein Schmidt'scher Wassermotor, reichte freilich nur für 0,3 Milliampère.

Gemäss den sehr geringen Niederschlägen, mit welchen man zu thun hatte, wurden die Voltameter in möglichst kleinen Dimensionen zusammengestellt.

Die Kathode des Silbervoltameters bildete ein Platintiegel von 1,2 cm Höhe und einem Durchmesser von 1 cm. Ein Streifen aus reinem Silber diente als Anode. Die Lösung enthielt 5 Proc. AgNO_3 ; ein Versuch bewies, dass ihre lösende Wirkung auf metallisches Silber zu vernachlässigen war. Vor dem ersten Versuch wurde ein dünner Belag von Silber in dem Tiegel niedergeschlagen.

Die Electroden des Kupfervoltameters bestanden aus quadratischen Blättchen von $0,25 \text{ cm}^2$ und wurden aus reinem Kupferblech geschnitten.

Wegen der langen Dauer der Versuche ist die Herstellung der Kupfersulfatlösung von Wichtigkeit. Die Lösung (spec. Gew. = 1,12) wurde aus zweimal umkrystallirtem Kupfersulfat und im übrigen nach den Vorschriften von Vanni²⁾ hergestellt.

1) Eine detaillirte Geschichte des Gegenstandes findet sich bei Wiedemann, *Electricität* 2. p. 450. 1894.

2) Vanni, *Wied. Ann.* 44. p. 218. 1891.

Ein Zusatz von ca. 0,5 g/l einer 1 proc. Schwefelsäure ergab eine Flüssigkeit, welche äusserst wenig durch Lösung oder Oxydation auf die Electroden einwirkte. Eine Kupferplatte von ca. 40 cm² Oberfläche nahm in 16 Stunden um 0,01 mg zu.

Nach Beendigung eines Versuches wurde die Kupferkathode sofort mit destillirtem Wasser gewaschen, mit Fließpapier getrocknet und in einen Exsiccator gebracht.

Das Wasserstoffvoltameter, mit 5 proc. Schwefelsäure gefüllt, bestand aus einer gebogenen Glasröhre von 3,5 mm innerem Durchmesser, die oben geschlossen war. Die negative Electrode bildete ein Platindraht, der in ein dünnes Glasröhrchen eingeschmolzen, am Ende abgeschnitten und überfeilt wurde — nach der Art der Wollaston'schen Spitzelectroden. Ein Stück Platindraht bildete die Anode. Die Röhre wurde durch Wägung calibrirt, indem man durch Electrolyse einen Theil der Flüssigkeit aus dem Röhrchen herausdrückte.

Der von der Electrisirmaschine gelieferte Strom wurde alle 10 Minuten mit Commutator gemessen. Das Galvanometer, dessen Widerstand 0,25 Ohm betrug, wurde mittels eines frisch zusammengestellten Daniellelementes, das man vorher mit einem grossen Widerstand eine halbe Stunde geschlossen hatte, und eines calibrirten Rheostaten geeicht. Man bestimmte die Scalenausschläge, welche bez. 10 000 Ω , 9000 Ω . . . 1000 Ω entsprachen. Eine Controlmessung mit 10 000 Ω zeigte, dass während der Aichung das Daniellelement constant geblieben war. Unmittelbar darauf verglich man die electromotorische Kraft des Daniells mit der eines zuverlässigen Clarkelementes dadurch, dass man die Ablenkungen (47,28 bez. 58,95 Scalenth.) der Nadel eines empfindlichen Galvanometers bestimmte, wenn ein Widerstand von 100 000 Ω eingeschaltet war. Die Zimmertemperatur betrug 10° C.; die electromotorische Kraft eines Clarkelementes bei 10° C. = 1,437 + 0,005 = 1,442 leg. Volt, also die electromotorische Kraft des Daniells = 47,28/58,95 . 1,442 = 1,157 leg. Volt = 1,154 Volt.

Die Beobachtungen ergaben nun

Widerstand =	4988	3991	2994 wahre Ohm
Also Stromstärke =	2,312	2,891	3,853 . 10 ⁻⁴ Amp.
Ausschlag =	98,05	122,05	162,35 Scalenth.

Die während der Electrolyse beobachteten Ausschläge wurden hiernach auf Stromstärke umgerechnet.

Die drei Voltameter (Ag, Cu, H₂O) waren hintereinander in den Stromkreis geschaltet.

Im ganzen wurden fünf Versuche durchgeführt: jedoch konnte bei einem wegen eines plötzlichen Anhaltens des Wassermotors, bei einem zweiten wegen zu spät bemerkter, mangelhafter Aufstellung des Galvanometers das electrochemische Aequivalent nicht bestimmt werden. In diesen zwei Fällen wurden nur die niedergeschlagenen Mengen miteinander verglichen.

Die Masse m des Wasserstoffes wurde aus dessen Volumen v , der Temperatur t , dem Barometerstande b , der Höhendifferenz h im Voltameter und der zu t gehörenden Spannkraft e des Wasserdampfes berechnet als

$$m = 0,00008952 \frac{v}{1 + 0,00367 \cdot t} \frac{b - \frac{1}{12} h - e}{76}.$$

Die Versuche ergaben

	v	t	b	h	m
20. Dec.	1,055 cm ³	17,8°	75,50 cm	10,0 cm	0,0,852 g
22. „	0,837	15,2	74,43	12,0	673
4. Jan.	1,002	11,0	74,40	10,0	823

Die Ergebnisse der drei vollständigen Versuche sind nachstehend zusammengestellt.

	Versuchs- dauer	Ausgeschiedene Menge von			Aus- schläge	Stromstärke
		Wasserst.	Silber	Kupfer		
	Min.	g	g	g	Scalenth.	Amp.
20. Dec.	440	0,0,852	0,0,916	0,0,269	130,97	3,104 . 10 ⁻⁴
22. „	360	0,0,673	0,0,726	0,0,214	126,78	3,004 . 10 ⁻⁴
4. Jan.	484	0,0,823	0,0,883	0,0,258	116,08	2,723 . 10 ⁻⁴

Die aus diesen Daten berechneten electrochemischen Aequivalente mg/Amp. sec sind im Folgenden gegeben:

	Electrochemisches Aequivalent von		
	Wasserstoff	Silber	Kupfer
20. Dec.	0,01039	1,117	0,328
22. „	0,01037	1,118	0,330
4. Jan.	0,01040	1,116	0,326
Mittel	0,01038	1,117	0,328

Die electrochemischen Aequivalente dieser Elemente für galvanische Electricität sind ¹⁾:

H	Ag	Cu
0,01039	1,1181	0,3284

Die Uebereinstimmung ist grösser, als sie unter den Umständen zu erwarten war.

Die nachstehende Tabelle stellt ferner zusammen die Verhältnisse der in den einzelnen Versuchen erhaltenen Abscheidungen, die Mittelwerthe derselben und die nach den Aequivalentzahlen der Elemente berechneten Verhältnisse.

Datum	11. Dec.*	17. Dec.	20. Dec.	22. Dec.	4. Jan.	Mittel	Berechn. Verhältnisse
$\frac{H}{Ag}$	0,00928	0,00922	0,00930	0,00927	0,00932	0,00927	0,009292
$\frac{H}{Cu}$	—	0,0314	0,0316	0,0314	0,0319	0,0315	0,03164
$\frac{Cu}{Ag}$	—	0,293	0,293	0,294	0,292	0,293	0,2936

* Am 11. Dec. war nur das Ag- und das H-Voltmeter eingeschaltet.

Durch diese Ergebnisse bestätigt sich also für Ströme electrostatischen Ursprungs Faraday's Aequivalentgesetz, und zwar mit dem gleichen Werthe des Weber'schen electrochemischen Aequivalentes wie für galvanische Ströme, so genau, wie man dies bei solchen Versuchen erwarten durfte.

Strassburg, Physik. Institut, Februar 1895.

1) Kohlrausch, Leitfaden. 7. Aufl. p. 423.

5. Theoretische Untersuchungen über elastische Körper; von Paul Glan.

I. Ueber Gestaltsänderungen.

Es soll zuerst eine *stetige Gestaltsänderung* eines Körpers in Betracht gezogen werden, bei der aneinander liegende Theile desselben vor ihrem Eintritt es auch bleiben nach derselben. Durch sie wird also der Körper an keinem seiner Theile zerissen oder zerdrückt. Die Verrückung der Theile desselben während der betrachteten stetigen Gestaltsänderung muss dann sich stetig ändern mit ihrer Lage im Raume vor Beginn derselben. Ich will den Einfluss einer solchen Gestaltsänderung auf einen sehr kleinen Theil des Körpers untersuchen. Es sei ω der Vector eines Punktes P eines solchen unendlich kleinen Theils in Bezug auf einen beliebig gewählten Anfangspunkt O der Vektoren, dann ist der Vector irgend eines anderen Punktes P' dieses Theils $\omega + d\omega$, wenn $d\omega$ ein unendlich kleiner, mit der Lage von P' wechselnder Vector ist. Der Vector von P nach der stetigen Gestaltsänderung sei ϱ , das wird dann eine stetige Function von ω sein, und wir können schreiben:

$$\varrho = \varphi \omega,$$

in welcher Gleichung φ das Zeichen für eine vector Function ist. Nun ist $\varphi(\omega + d\omega)$, weil sich ϱ stetig mit ω ändert, unendlich wenig von $\varphi \omega$ verschieden, folglich in höherer Ordnung

$$\left[\varphi \left(\omega + \frac{d\omega}{n} \right) - \varphi \omega \right],$$

unendlich klein, wenn n der Unendlichkeit zustrebt. Also ist

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[\varphi \left(\omega + \frac{d\omega}{n} \right) - \varphi \omega \right],$$

oder $d\varphi \omega$, jedenfalls nicht unendlich gross anzunehmen. Es kann deshalb $\varphi(\omega + d\omega)$ nach Taylors Satz für Quaternionen entwickelt werden, wenn die Entwicklung nur bis zu dem ersten Differential von $\varphi \omega$ fortgeführt wird, und wir haben

$$\varphi(\omega + d\omega) = \varphi \omega + d\varphi \omega_{d\omega}.$$

Es ist hier von mir dem Differentiale $dq\omega$ der Index $d\omega$ angefügt, der das Differential der vector Variabeln ω bezeichnet, weil der Werth von $dq\omega$ von dem Werthe des Differentials $d\omega$ der unabhängigen vector Variabeln ω abhängt und durch diesen bestimmt wird. Aus dem Vector $d\omega$, oder PP' , vor der behandelten Gestaltsänderung wird also der Vector

$$[q(\omega + d\omega) - q\omega], \text{ oder } dq\omega_{d\omega},$$

wenn sie ausgeführt worden ist.

Ich will zunächst die Veränderung einer sehr kleinen geraden Linie von P aus untersuchen. Eine solche erhält man, wenn man wählt $d\omega = x\omega_1$, in welcher Gleichung ω ein constanter Einheitsvector und x ein unendlich kleiner variabler Scalar ist. Aus $d\omega$ wird dann $dq\omega_{x\omega_1}$, oder — nach einer bekannten Eigenschaft der Differentiale von quaternion Functionen — $xdq\omega_{\omega_1}$. Hier hat ω den constanten Werth des Vectors von P und $xdq\omega_{x\omega_1}$ ist eine unendlich kleine gerade Linie des Körpers von — im allgemeinen — anderer Richtung und anderem Anfangspunkte im Raume als $d\omega$. Mithin bleiben bei einer stetigen Gestaltsänderung sehr kleine gerade Linien des Körpers solche.

Für eine sehr kleine parallele Linie zu der eben betrachteten haben wir $d\omega = x\omega_1 + s$, wenn s ein sehr kleiner constanter und nicht paralleler Vector zu ω_1 ist. Dann ist

$$dq\omega_{d\omega} = dq\omega_{x\omega_1 + s} = xdq\omega_{\omega_1} + dq\omega_s,$$

weil das Differential einer quaternion Function distributiv in Bezug auf das Differential der unabhängigen Variabeln ist. Der letztere Vector ist jedoch offenbar eine Gerade, welche parallel $xdq\omega_{\omega_1}$ ist. Also bleiben sehr nahe und sehr kleine gerade Linien bei einer stetigen Gestaltsänderung gerade und parallel.

Die Verschiebung eines Punktes der Linie $x\omega_1$ soweit sie eine Gestaltsänderung bewirkt, eines Punktes, der um die Länge x von P absteht, ist $x(dq\omega_{\omega_1} - \omega_1)$; ich will eine solche Veränderung eine *schiefwinklige Gestaltsänderung* nennen.

Der Vector $x\omega_1 + s$ erfährt in entsprechenden Punkten, das heisst in solchen, die ebenfalls um x von seinem Anfangspunkte entfernt sind, dieselbe Verschiebung und mithin die gleiche schiefwinklige Gestaltsänderung.

Da, abgesehen von einer parallelen Verschiebung ohne Drehung, aus der materiellen Linie $x\omega_1$ die Linie $xdq\omega_{\omega_1}$ wird, und da

$$\begin{aligned} x dq \omega_{\omega_1} &= x \frac{S dq \omega_{\omega_1}}{\omega_1} \cdot \omega_1 + x \frac{V dq \omega_{\omega_1}}{\omega_1} \cdot \omega_1 \\ &= x T dq \omega_{\omega_1} \left[\cos \angle \frac{dq \omega_{\omega_1}}{\omega_1} + \frac{UV dq \omega_{\omega_1}}{\omega_1} \sin \angle \frac{dq \omega_{\omega_1}}{\omega_1} \right] \omega_1 \\ &= x T dq \omega_{\omega_1} \left[\frac{UV dq \omega_{\omega_1}}{\omega_1} \right] \angle \frac{dq \omega_{\omega_1}^2}{\omega_1 \pi} \cdot \omega_1 \end{aligned}$$

ist, stellt die schiefwinklige Gestaltsänderung eine *Dehnung* vom Betrage $(T dq \omega_{\omega_1} - 1)$ und eine *Drehung* um den Winkel

$$\angle \frac{dq \omega_{\omega_1}}{\omega_1}$$

dar. Da *sehr nahe* und *sehr kleine gerade Linien* bei einer stetigen Gestaltsänderung dieselbe schiefwinklige Gestaltsänderung erleiden, *erfahren sie gleiche Dehnungen und Drehungen*.

Nehmen wir

$$d\omega = x\omega_1 + y\omega_2,$$

in welcher Gleichung ω_1 und ω_2 zwei *nicht* parallele Einheitsvektoren und x und y zwei unendlich kleine variable Scalare sind, so liegen die Endpunkte von $d\omega$ auf einem sehr kleinen Stück einer Ebene durch P . In diesem Falle wird

$$q(\omega + d\omega) - q(\omega) = x dq \omega_{\omega_1} + y dq \omega_{\omega_2}.$$

Diese Gleichung stellt den Vector eines Punktes dieses ebenen Stücks in Bezug auf P als Anfangspunkt nach der stetigen Gestaltsänderung dar, und sein Endpunkt bildet danach ein sehr kleines ebenes Stück durch die constanten und nicht-parallelen Vektoren $dq \omega_{\omega_1}$ und $dq \omega_{\omega_2}$. Mithin *bleibt bei einer stetigen Gestaltsänderung ein sehr kleines ebenes Stück eines Körpers ein solches*. Es kann dabei parallel zu seiner Anfangslage verschoben und gedreht und im Abstand seiner einzelnen Punkte geändert sein.

Wählen wir

$$d\omega = x\omega_1 + y\omega_2 + \epsilon,$$

in welcher Gleichung die Buchstaben der rechten Seite die gleiche Bedeutung haben sollen, welche sie kurz zuvor hatten,

so ist der Ort des Endpunktes von $d\omega$, ein sehr kleines, dem eben betrachteten paralleles Stück einer Ebene im Körper. Dann erhalten wir

$$q(\omega + d\omega) - q\omega = x dq\omega_{\omega_1} + y dq\omega_{\omega_2} + dq\omega_z.$$

Ein Vergleich mit dem vorletzten Ausdruck für

$$[q(\omega + d\omega) - q\omega]$$

zeigt, da $dq\omega_z$ ein constanter, weder zu $dq\omega_{\omega_1}$ noch zu $dq\omega_{\omega_2}$ paralleler Vector ist, dass bei einer stetigen Gestaltsänderung sehr kleine und sehr nahe parallele Ebenenstücke in einem Körper es bleiben. Oder, wie wir es auch ausdrücken können, ein sehr kleines und sehr nahes Ebenenpaar in einem Körper bleibt bei einer stetigen Gestaltsänderung ein solches.

Ein kleiner Würfel in der Substanz wird durch drei sehr kleine und sehr nahe parallele Ebenenpaare begrenzt. Wird der Körper einer stetigen Gestaltsänderung unterworfen, so bleibt also dieser Würfel ein Körper, der durch drei parallele Ebenenpaare begrenzt wird. Die Form desselben wird also im allgemeinen ein schiefwinkliges Parallelepipeden sein. Folglich wird aus einem sehr kleinen Würfel in einem Körper bei einer stetigen Gestaltsänderung desselben ein schiefwinkliges Parallelepipeden.

Ein Punkt dieses Würfels, dessen Vector vor der stetigen Gestaltsänderung $\omega + d\omega$ ist, hat nach derselben den Vector

$$q(\omega + d\omega) = q\omega + x dq\omega_{\omega_1} + y dq\omega_{\omega_2} + z dq\omega_{\omega_3},$$

wenn

$$d\omega = x\omega_1 + y\omega_2 + z\omega_3$$

ist. Oder es ist

$$q(\omega + d\omega) = \omega + d\omega + (q\omega - \omega) - (dq\omega_{\omega_1} - \omega_1).$$

$$S_{\omega_1}d\omega - (dq\omega_{\omega_2} - \omega_2)S_{\omega_2}d\omega - (dq\omega_{\omega_3} - \omega_3)S_{\omega_3}d\omega.$$

Die Veränderung, welche ein sehr kleiner Würfel in einem Körper bei einer stetigen Gestaltsänderung erleidet, besteht danach aus einer geradlinigen Verschiebung, — hier $(q\omega - \omega)$ — die für alle seine Punkte die gleiche ist, und aus drei gleichzeitigen schiefwinkligen Gestaltsänderungen.

Ein besonderer Fall einer schiefwinkligen Gestaltsänderung ist es, wenn die Richtung der Verschiebung mit derjenigen

der Linien übereinstimmt, welche sie erleiden. Eine solche Gestaltsänderung nenne ich eine *Dehnung*. Eine *Linie* erfährt eine solche, wenn jeder Punkt derselben eine Verschiebung in ihrer Richtung erleidet, welche proportional seinem Abstände von einem festen Punkte O desselben ist. Sie ist vollständig bestimmt, wenn der Vector ε der Verschiebung für den Punkt angegeben wird, welcher um die Einheit der Länge vom Anfangspunkte O derselben entfernt ist. Die *Grösse der Dehnung* wird durch den Tensor, $T\varepsilon$, des Vectors der Dehnung ε bestimmt.

Die *Dehnung einer Ebene* kann durch einen Einheitsvector α bezeichnet werden, der die Richtung der Linien in ihr bestimmt, welche eine Gestaltsänderung der Art erleiden, und

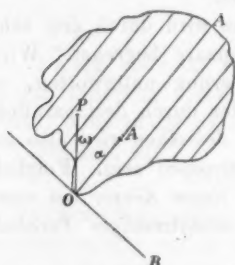


Fig. 1.

durch einen positiven oder negativen Coefficienten m , der ihre Grösse und ihr Vorzeichen angibt. Ein Punkt O , oder mehrere Punkte (Fig. 1), werden sich stets angeben lassen, durch welche sich eine Linie senkrecht zur Richtung von α so legen lässt, dass die Platte ganz jenseits derselben nach der Seite hin liegt, nach welcher α weist. Wenn man dann die Linien

der Ebene parallel α , welche von der durch O gelegten Linie senkrecht zu α ausgehen oder von ihr ausgehend anzunehmen sind, eine Dehnung $m\alpha$ erleiden lässt, sodass sich also alle Punkte der Ebene auf einer Linie senkrecht zu α gleich viel verrücken, so soll das eine *Dehnung $m\alpha$ der Ebene* sein.

Wir wählen O zum Anfangspunkte der Vektoren. Der Vector eines Punktes P der Ebene sei ω ; es erfährt dann P dieselbe Verschiebung, wie seine Projection auf OA , oder α . Ist also ρ der Vector von P nach der Dehnung $m\alpha$, so wird

$$\rho = \omega - \alpha m S \omega \alpha.$$

Was man unter der *Dehnung $m\alpha$ eines beliebig gestalteten Körpers* zu verstehen habe, ist nun leicht ersichtlich. Man theilt ihn in Linien parallel α , welche von einer Ebene senkrecht zu α ausgehen oder ausgehend angenommen sind, die

durch einen seiner äussersten Punkte O in der Anfangsrichtung von α geht, und lässt sämtliche Linien eine Dehnung $m\alpha$ erleiden. Der Punkt O sei der Anfangspunkt der Vektoren, m, α, ω, ρ mögen die bisherige Bedeutung haben, dann ist wie im eben behandelten Falle

$$\rho = \omega - \alpha m S \omega \alpha.$$

Eine zweite einfache Art der Gestaltsänderung soll jetzt in's Auge gefasst werden. Wenn von zwei Linien OA und OB , welche in einem Punkte zusammentreffen oder zusammenhängen, und die also einen materiellen Winkel bilden, die eine — zum Beispiel OB — in der Ebene OAB um den Winkel n gedreht wird, wo n positiv oder negativ sein kann, so soll eine solche Gestaltsänderung eine *Verdrehung* n des Winkels heissen. Ist α der Vector von OA und β der Vector OB vor der Verdrehung, so ist der von β nach derselben:

$$\rho = (UV\alpha\beta)^n \beta;$$

n ist in dieser Gleichung in rechtem Winkel zu messen.

Eine *Verdrehung* (α, β, n) einer Ebene ist eine solche Gestaltsänderung derselben, bei der alle Linien in derselben parallel dem Einheitsvector α , diese von einer Geraden OB (Fig. 1) ausgehend angenommen, welche senkrecht zu OA ist und durch einen oder mehrere ihrer Randpunkte geht, sodass die ganze Ebene auf einer Seite dieser Linie nach der Richtung des Vectors α hin liegt, um denselben Winkel n gedreht werden. Der Vector ω eines Punktes P der Ebene kann dann, da α und β in ihr liegen, in der Form

$$\omega = x\alpha + y\beta$$

dargestellt werden, in der x und y zwei variable Scalare sind. Der Vector ρ desselben Punktes P nach der Verdrehung (α, β, n) ist dann

$$\rho = x(V\beta\alpha)^n \alpha + y\beta.$$

Hier sind α und β Einheitsvectoren und der Winkel n ist in Rechten zu messen.

In demselben Sinne können wir von einer *Verdrehung* (α, β, n) eines Körpers sprechen. Die Linien des Körpers parallel dem Einheitsvector α , diese ausgehend angenommen von einer Ebene senkrecht zu ihm durch die Grenze des Körpers, von

welcher aus der ganze Körper nach der Richtung des Vectors α hin liegt, erfahren hierbei in der Ebene der Einheitsvectoren α , β eine Drehung um den Winkel von n Rechten um ihren Anfangspunkt in der erwähnten Grenzebene und zwar von β fort, wenn n positiv ist. Bei der früheren Bedeutung von ω und ρ und der Lage des Vektorenanfangspunktes O in jener Grenzebene ist dann

$$\rho = (\beta \alpha)^n x \alpha + y \beta + z \gamma,$$

wenn

$$\omega = x \alpha + y \beta + z \gamma$$

ist.

Bei einer Dehnung erleiden die Punkte einer parallelen Linienschaar Verschiebungen in der Richtung dieser Linien, welche an Grösse proportional ihrem Abstände von ihrem Anfangspunkte sind, bei einer unendlich kleinen Drehung solche senkrecht zu diesen Linien. Wenn die Verschiebung *irgend einen Winkel* mit einer derartigen Linienschaar macht und an Grösse proportional der Entfernung von der durch die Anfangspunkte jener Linienschaar gehenden Ebene ist, die senkrecht zur Schaar ist, so entsteht die allgemeinere *schiefwinklige Gestaltsänderung eines Körpers*.

Unter einer *schiefwinkligen Gestaltsänderung* (α , β) eines Körpers wird man danach eine solche verstehen, bei der die Punkte der Linien des Körpers parallel dem Vector α , diese Linien ausgehend gedacht von der Ebene durch die äusserste Grenze desselben nach dem Anfange des Vectors α und senkrecht zu ihm, Verschiebungen parallel dem Vector β erleiden, proportional ihrer Entfernung von jener Ebene, und wobei die Punkte derselben eine Verschiebung β erfahren, die um die Entfernung eines von dieser Ebene absteht.

Wird der Anfangspunkt O der Vektoren in diese Ebene verlegt, und haben ρ , ω die frühere Bedeutung, so ist der Vector ρ eines Punktes P eines Körpers, nach einer schiefwinkligen Gestaltsänderung (α , β) desselben, bestimmt durch die Gleichung:

$$\rho = \omega - \beta S \omega \alpha.$$

Die Ebenen senkrecht zu α verschieben sich bei einer Gestaltsänderung (α , β) ohne Gestaltsänderung parallel zu ihrer Anfangslage.

Wenn man einen Körper von irgend welcher Form einer Dehnung ma unterwirft, so kann man sich die Frage stellen, wie sich dabei die Linien desselben von irgend einem seiner Punkte aus ändern. Es sei P der Punkt, von dem alle diese Linien ausgehen, und sein Vector vor der Dehnung sei ω (Fig. 2). Der Vector einer solchen Linie sei von P aus $x\gamma$, wo $T\gamma = 1$ und $x > 1$ ist. Der Vector ϱ des Punktes P nach der Dehnung ma ist:

$$\rho = \omega - m\alpha S\omega\alpha,$$

Der Vector von P' vor der Dehnung sei

$$\omega' = \omega + x\gamma;$$

nach derselben ist er dann

$$\rho' = \omega + x\gamma - m\alpha S\omega\alpha - x m\alpha S\gamma\alpha.$$

Da α im allgemeinen nicht parallel γ ist, erleidet die materielle Linie $\alpha\gamma$ eine geradlinige Verschiebung ohne Gestaltsänderung, — $m\alpha\beta\omega\alpha$, und eine schiefwinklige Gestaltsänderung, — $m\alpha\beta\gamma\alpha$, folglich eine parallele Verschiebung ohne Gestaltsänderung, eine Dehnung und eine Drehung.

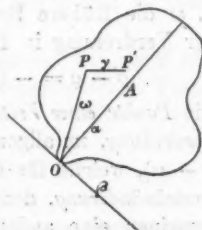


Fig. 2.

Diese schiefwinklge Gestaltsänderung ist offenbar für alle Linien in einem geraden Kreiskegel, dessen Spitze in P und dessen Axe parallel α ist, dieselbe. Die *Dehnung* eines solchen Vectors $x\gamma$ ist in diesem Falle $[T(\gamma - m\delta\gamma\alpha) - T\gamma]\gamma$.

Sie ist also für alle Linien in einem geraden Kreiskegel mit dem Scheitel in P , dessen Axe parallel α ist, und seinem Gegenkegel dieselbe. Sie erreicht ihren grössten Werth für den Vector von P aus parallel α , nimmt ab, wenn der Winkel zwischen γ und α wächst, und wird Null, wenn γ senkrecht zu α ist.

Die Drehung eines Vectors $x\gamma$ im Körper, dessen Anfangspunkt vor der Dehnung ma der Punkt P ist, beträgt

$$\angle \frac{\gamma - m\alpha S\gamma\alpha}{\gamma}.$$

Alle Linien in einem geraden Kreiskegel und seinem Gegenkegel, welche ihre gemeinsame Spitze in P und ihre Axe parallel α

haben, werden *um denselben Winkel gedreht*, doch in jedem dieser beiden Kegel in entgegengesetztem Sinne.

Die Grösse der Drehung ist Null, wenn γ senkrecht oder parallel α ist und erreicht im Kegel um α ihren grössten Werth, wenn

$$\angle \frac{\gamma}{\alpha} = \arccos \sqrt{\frac{1}{2+m}}.$$

Ist die Dehnung, also m , unendlich klein, so wird der Vector am meisten gedreht, der einen Winkel von beinahe 45° mit α macht.

Wir wollen jetzt die *Veränderung der geraden Linien von einem Punkte P des Körpers aus bei einer Verdrehung* (α, β, n) desselben untersuchen. Ist der Vector eines Punktes P' in Bezug auf P gleich $x\gamma'$ und ρ' sein Vector nach der Verdrehung in Bezug auf den Vektorenanfangspunkt O und haben ρ, ω die frühere Bedeutung, so ist der Vector von P' nach der Verdrehung in Bezug auf P , wenn $\gamma = \alpha\beta$,

$$\rho' - \rho = -(\beta\alpha)^n \alpha S \alpha x\gamma' - \beta S \beta x\gamma' - \gamma S \gamma x\gamma'.$$

Die Punkte eines Vectors $x\gamma'$ von P aus erfahren also bei einer Verdrehung, im allgemeinen, einmal eine *geradlinige Verschiebung* ($\rho - \omega$), welche für alle gleich ist, und dann eine *schiefwinklige Gestaltsänderung*, denn der Vector $(\rho' - \rho)x^{-1} - \gamma'$ hat im allgemeinen eine andere Richtung als γ' ; folglich eine *parallele Verschiebung ohne Gestaltsänderung*, eine *Dehnung* und eine *Drehung*.

Die *Dehnung eines Vectors* $x\gamma'$ von P aus ist

$$\{T[-(\beta\alpha)^n \alpha S \alpha x\gamma' - \beta S \beta x\gamma' - \gamma S \gamma x\gamma'] - T\gamma'\}\gamma'$$

oder

$$\left\{ \left[1 - 2 \sin \frac{n\pi}{2} \cos \angle \frac{\gamma'}{\beta} \cos \angle \frac{\gamma'}{\alpha} \right]^{1/2} - 1 \right\} \gamma'.$$

Die Vektoren gleicher Dehnung sind bestimmt durch die Gleichung:

$$\cos \angle \frac{\gamma'}{\beta} \cos \angle \frac{\gamma'}{\alpha} = \text{const.} = C$$

oder durch

$$S \frac{\gamma'}{-\beta} S \frac{-\alpha}{\gamma'} = 1$$

mit der Beziehung

$$T\gamma' = 1.$$

Die vorletzte Gleichung stellt einen Kegel mit der Spitze in P dar, welcher durch den Kreis geht, in dem die Ebene senkrecht zu $-\beta$ durch den Endpunkt dieses Vectors die Kugel schneidet, deren einer Durchmesser $-\alpha/C$ ist.

Seinen grössten und kleinsten Werth erreicht der Tensor des Dehnungsvectors, wenn $\cos \angle \gamma'/\alpha \cos \angle \gamma'/\beta$ den kleinsten oder grössten Werth annimmt, und dieser ist $-\frac{1}{2}$ und $+\frac{1}{2}$. Denn wenn wir den Winkel der Ebenen (α, γ') und (α, β) mit B bezeichnen, ist

$$\cos \angle \frac{\gamma'}{\alpha} = \sin \angle \frac{\gamma'}{\alpha} \cos B,$$

$$\cos \angle \frac{\gamma'}{\alpha} \cos \angle \frac{\gamma'}{\beta} = \frac{1}{2} \sin 2 \angle \frac{\gamma'}{\alpha} \cos B = C.$$

Dieses Maximum und Minimum der Dehnung tritt ein für die beiden Vektoren von P aus in der Ebene von α und β , welche den Winkel $\pi/4$ oder $3\pi/4$ mit α bilden.

Bei einer sehr kleinen Verdrehung können wir $n\pi/2$ statt $\sin n\pi/2$ setzen und erhalten für die Dehnung eines Vectors $x\gamma'$ von einem Punkte P aus

$$-\frac{n\pi}{2} \cos \angle \frac{\gamma'}{\beta} \cos \angle \frac{\gamma'}{\alpha} \gamma'.$$

In diesem Falle ist die Grösse der Dehnung derjenigen der Drehung n proportional.

Was die Drehung eines solchen Vectors γ' , von einem Punkt P des Körpers aus, bei einer Verdrehung (α, β, n) betrifft, so ist ihre Grösse durch den Winkel, $\angle (\rho' - \rho) x^{-1} \gamma'$, bestimmt. Denn $(\rho' - \rho)$ ist der Vector, zu dem $x\gamma'$ nach der betrachteten Gestaltsänderung wird.

Bei einer schiefwinkligen Gestaltsänderung (α, β) ist der Vector eines Punktes P , der um $x\gamma'$ von P absteht, wenn die Zeichen die bisherige Bedeutung haben und der Anfangspunkt O der Vektoren in der vorigen Weise gewählt wird, nach derselben

$$\rho' = \omega + x\gamma' - \beta S\omega\alpha - x\beta S\gamma'\alpha.$$

Der Vector $x\gamma'$ erfährt also eine Verschiebung $-\beta S\omega\alpha$ und eine schiefwinklige Gestaltsänderung $-\beta S\gamma'\alpha$. Seine Dehnung ist $[T(\gamma' - \beta S\gamma'\alpha) - T\gamma']\gamma'$.

Die Vektoren der Dehnung gleicher Grösse sind danach bestimmt durch die Gleichung:

$$-\beta^2 (S\gamma' \alpha)^2 - 2S \cdot \gamma' (-\beta S\gamma' \alpha) = \text{const.},$$

oder durch

$$S\gamma' \alpha S\gamma' (\alpha - 2\beta^{-1}) = -\frac{\text{const.}}{\beta^2} = C$$

oder vermittelt der Gleichung:

$$S \frac{\gamma'}{-\alpha} S \frac{\left(\frac{2\beta^{-1} - \alpha}{C} \right)}{\gamma'} = 1.$$

Sie bilden also den schiefen Kreiskegel mit der Spitze in P , der durch den Kreis geht, in dem die Ebene senkrecht zum Vector $-\alpha$ durch seinen Endpunkt die Kugel mit dem Durchmesser $2\beta^{-1} - \alpha / C$ schneidet.

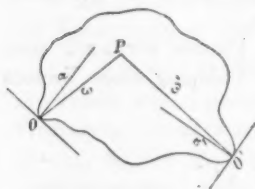


Fig. 3.

Die Grösse der Drehung eines Vectors $x\gamma'$ wird durch den Winkel, $\angle (\gamma' - \beta S\gamma' \alpha) / \gamma'$, bestimmt.

Es soll jetzt die Veränderung untersucht werden, die ein Körper durch mehrere gleichzeitige Dehnungen erfährt. Durch eine Dehnung $m\alpha$ erleidet ein Punkt desselben die Verschiebung $-amSa\omega$, wenn ω der Vector dieses Punktes vor der Deh-

nung in Bezug auf den ihr zugehörigen Vektorenanfangspunkt O ist. Infolge einer zweiten Dehnung $m_1\alpha_1$ wäre die Verrückung desselben Punktes $-m_1\alpha_1 Sa_1\omega'$, wenn ω' der Vector dieses Punktes P in Bezug auf den der zweiten Dehnung zugehörigen Vektorenanfangspunkt O' ist (Fig. 3). Ist nun ω_1 der Vector von O' in Bezug auf O als Anfangspunkt der Vektoren, so wird $\omega' = \omega - \omega_1$ und die letztere Verrückung wird dann $-\alpha_1 m_1 Sa_1 \omega + m\alpha_1 Sa_1 \omega_1$.

Danach ergäbe sich der Vector ρ eines Punktes P eines Körpers nach beliebig vielen gleichzeitigen Dehnungen $m\alpha$, $m_1\alpha_1$, $m_2\alpha_2$, ..., $m_n\alpha_n$ in Bezug auf den der ersten zugehörigen Anfangspunkt, in Bezug auf welchen er vor diesen ω ist, in der Form:

$$\rho = \omega + \sum_{n=1}^{n=n} m_n \alpha_n S \alpha_n \omega_n - \sum_{n=0}^{n=n} m_n \alpha_n S \alpha_n \omega.$$

Die Wirkung aller wäre also eine geradlinige Verschiebung des Körpers ohne Gestaltsänderung und zugleich eine Verrückung seiner Punkte, welche eine solche zur Folge hat.

Nun ist

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} m_n \alpha_n S \alpha_n \omega$$

eine selbstconjugirte, lineare, oder distributive Vectorfunction; wenden wir auf sie die rechtwinklige Transformation einer solchen an, so können wir schreiben:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} m_n \alpha_n S \alpha_n \omega = c_1 \beta_1 S \beta_1 \omega + c_2 \beta_2 S \beta_2 \omega + c_3 \beta_3 S \beta_3 \omega.$$

Hier sind c_1, c_2, c_3 drei reelle Scalare, welche durch die Constanten der linken Seite der Gleichung bestimmt sind, und $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ drei zu einander rechtwinklige constante Einheitsvectoren. Setzen wir

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} m_n \alpha_n S \alpha_n \omega_n - c_1 \beta_1 S \beta_1 \omega_1 - c_2 \beta_2 S \beta_2 \omega_2 - c_3 \beta_3 S \beta_3 \omega_3$$

= einem Vector γ ,

in welchem Ausdruck ω_1, ω_2 und ω_3 beziehlich die Vektoren der Anfangspunkte sind, in Bezug auf O , dem Anfangspunkte zur Dehnung $m\alpha$, welche den Dehnungen $c_1\beta_1, c_2\beta_2$ und $c_3\beta_3$ zugehören, so haben wir

$$p = \omega + \gamma - c_1 \beta_1 S \beta_1 (\omega - \omega_1) - c_2 \beta_2 S \beta_2 (\omega - \omega_2) - c_3 \beta_3 S \beta_3 (\omega - \omega_3).$$

Danach lässt sich die Wirkung beliebiger gleichzeitiger Dehnungen an einem Körper zurückführen auf eine geradlinige Verschiebung ohne Gestaltsänderung und auf drei zu einander rechtwinklige gleichzeitige Dehnungen.

Benutzen wir die cyclische Transformation einer selbstconjugirten linearen Vectorfunction, so können wir schreiben:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} m_n \alpha_n S \alpha_n \omega = g' \omega + \lambda S \mu \omega + \mu S \lambda \omega;$$

hier ist g' ein constanter Scalar und λ und μ sind zwei constante Vektoren, deren Tensor im allgemeinen jedoch nicht eins ist. Setzt man

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} m_n \alpha_n S \alpha_n \omega_n - \lambda S \mu \omega_1 - \mu S \lambda \omega_2 = \text{einem Vector } \gamma_1,$$

in welcher Gleichung ω_1 und ω_2 die Anfangspunkte in Bezug auf O bestimmen, welche den Richtungen der Vektoren μ , beziehlich λ zugehören. Dann ist der Ausdruck für ϱ :

$$\varrho = \omega + \gamma_1 - g'\omega - \lambda S(\omega - \omega_1)\mu - \mu S(\omega - \omega_2)\lambda.$$

Den Theil der Gestaltsänderung, welcher vom Gliede $-g'\omega$ herkommt, können wir eine *sphärische Gestaltsänderung* nennen, weil durch ihn alle Punkte des Körpers, welche auf der Oberfläche einer Kugel um O als Mittelpunkt liegen, in der Richtung ihres Radius auf eine neue Kugeloberfläche mit demselben Mittelpunkte übergeführt werden. Die beiden letzten Glieder der rechten Seite der letzten Gleichung stellen zwei *schiefwinklige Gestaltsänderungen* dar, welche in der Beziehung zu einander stehen, dass die Vektoren, die bei der einen die Richtung der Linien angeben, welche die eine schiefwinklige Gestaltsänderung erleiden, für die andere die Richtung bestimmen, nach welcher die Verrückung der einzelnen Punkte solcher Linien statt hat. Wir wollen zwei schiefwinklige Gestaltsänderungen der Art *conjugirte schiefwinklige Gestaltsänderungen* nennen und können dann sagen:

Die Wirkung mehrerer gleichzeitiger Dehnungen eines Körpers ist gleich einer geradlinigen Verschiebung desselben ohne Gestaltsänderung, einer sphärischen und zwei conjugirten schiefwinkligen Gestaltsänderungen.

Drittens können wir die Focaltransformation einer selbst-conjugirten und linearen Vectorfunction einführen und bekommen dann

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} m_n a_n S a_n \omega = -a' V a' \omega + b \beta S \beta \omega,$$

in welchem letzterem Ausdrucke a und b zwei constante Scalare und a' und β zwei constante Einheitsvectoren sind. Setzt man

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} m_n a_n S a_n \omega_n - b \beta S \beta \omega_1 = \gamma_2,$$

in welcher Gleichung ω_1 der Vector des der Richtung β zugehörigen Anfangspunktes in Bezug auf O ist, so wird

$$\varrho = \omega + \gamma_2 + a' V a' \omega - b \beta S \beta (\omega - \omega_1).$$

Das Glied $a' V a' \omega$ bewirkt eine Gestaltsänderung, bei der alle Linien in einem geraden Kreiskegel mit der Spitze in O ,

dessen Axe a' ist, der Grösse nach dieselbe schiefwinklige Gestaltsänderung erleiden. Die Richtung der Verrückung liegt in der Ebene einer solchen Linie oder Seite des Kegels und seiner Axe a' und ist senkrecht zu ihr. Wir können sie eine *conische Gestaltsänderung* nennen; die Seiten eines geraden Kreiskegels mit der Spitze in O werden durch sie auf einen neuen solchen mit derselben Spitze übergeführt.

Die Wirkung mehrerer gleichzeitiger Dehnungen kann also auch gleich einer geradlinigen, für alle Punkte des Körpers gleichen Verrückung, einer conischen Gestaltsänderung und einer Dehnung desselben aufgefasst werden.

Wir wollen jetzt die Wirkung mehrerer gleichzeitiger Verdrehungen untersuchen. Nach einer solchen (α, β, n) ist der Vector ϱ eines Punktes P des denselben unterworfenen Körpers

$$\varrho = -(\beta\alpha)^n \alpha S\alpha\omega - \beta S\beta\omega - \gamma S\gamma\omega,$$

wenn er vor derselben $\omega = -\alpha S\alpha\omega - \beta S\beta\omega - \alpha\beta S\alpha\beta\omega$ war und der Vektorenanfangspunkt O der gemäss dieser Verdrehung gewählt ist. Die Verschiebung, welche der Punkt P bei einer Verdrehung (α, β, n) erfährt, ist danach

$$+ \alpha S\alpha\omega \left(1 - \cos \frac{n\pi}{2} + \beta S\alpha\omega \sin \frac{n\pi}{2} = 2 \sin \frac{n\pi}{4} S\alpha\omega \left(\alpha \sin \frac{n\pi}{4} + \beta \cos \frac{n\pi}{4}\right)\right).$$

Infolge einer zweiten Verdrehung (α_1, β_1, n_1) wäre die Verrückung desselben Punktes P

$$= 2 \sin n_1 \frac{\pi}{4} S\alpha'(\omega - \omega_1) \left[\alpha_1 \sin \frac{n_1\pi}{4} + \beta_1 \cos \frac{n_1\pi}{4}\right],$$

wenn ω_1 der Vector des der zweiten Verdrehung zugehörigen Anfangspunktes in Bezug auf den der ersten O ist.

Setze ich $\alpha\beta = \gamma$, so sind α, β, γ drei zu einander rechtwinklige Einheitsvectoren. Es kann geschrieben werden

$$\alpha_1 = -\alpha S\alpha\alpha_1 - \beta S\beta\alpha_1 - \gamma S\gamma\alpha_1$$

$$S\alpha_1\omega = -S\alpha\alpha_1 S\alpha\omega - S\beta\alpha_1 S\beta\omega - S\gamma\alpha_1 S\gamma\omega$$

und die Verrückung von P durch die zweite Verdrehung kann auch in der Form dargestellt werden

$$- 2 \sin n_1 \frac{\pi}{4} S \alpha_1 \omega_1 \left(\alpha_1 \sin n_1 \frac{\pi}{4} + \beta_1 \cos n_1 \frac{\pi}{4} \right) \\ - 2 \sin n_1 \frac{\pi}{4} \left(\alpha_1 \sin n_1 \frac{\pi}{4} + \beta_1 \cos n_1 \frac{\pi}{4} \right) (S \alpha \alpha_1 S \alpha \omega + S \beta \alpha_1 S \beta \omega + S \gamma \alpha_1 S \gamma \omega).$$

Nach beliebig vielen gleichzeitigen Verdrehungen (α, β, n) , (α_1, β_1, n_1) , (α_2, β_2, n_2) , ... (α_m, β_m, n_m) ist der Vector ρ eines Punktes P des Körpers, der ihnen unterworfen wird, in Bezug auf den der ersten von ihnen gemäss gewählten Anfangspunkt O der Vektoren danach durch den Ausdruck gegeben:

$$\rho = \omega + \sigma + c_1 \gamma_1 S \alpha \omega + c_2 \gamma_2 S \beta \omega + c_3 \gamma_3 S \gamma \omega,$$

in welcher Gleichung

$$\sigma = - \sum_{m=1}^{m=\infty} 2 \sin n_m \frac{\pi}{4} \left(\alpha_m \sin n_m \frac{\pi}{4} + \beta_m \cos n_m \frac{\pi}{4} \right) S \alpha_m \omega_m \\ c_1 \gamma_1 = 2 \sin n \frac{\pi}{4} \left(\alpha \sin n \frac{\pi}{4} + \beta \cos n \frac{\pi}{4} \right) \\ - \sum_{m=1}^{m=\infty} 2 \sin n_m \frac{\pi}{4} \left(\alpha_m \sin n_m \frac{\pi}{4} + \beta_m \cos n_m \frac{\pi}{4} \right) S \alpha \alpha_m, \\ c_2 \gamma_2 = - \sum_{m=1}^{m=\infty} 2 \sin n_m \frac{\pi}{4} \left(\alpha_m \sin n_m \frac{\pi}{4} + \beta_m \cos n_m \frac{\pi}{4} \right) S \beta \alpha_m \\ c_3 \gamma_3 = - \sum_{m=1}^{m=\infty} 2 \sin n_m \frac{\pi}{4} \left(\alpha_m \sin n_m \frac{\pi}{4} + \beta_m \cos n_m \frac{\pi}{4} \right) S \gamma \alpha_m$$

ist. Die Vektoren $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ können als Einheitsvectoren angesehen werden und c_1, c_2, c_3 als drei Scalare. Die Summe der drei letzten Glieder im Ausdruck für ρ stellt eine lineare oder distributive Vectorfunction dar, welche im allgemeinen nicht selbstconjugirt ist. Es lässt sich also schreiben:

$$c_1 \gamma_1 S \alpha \omega + c_2 \gamma_2 S \beta \omega + c_3 \gamma_3 S \gamma \omega = q_0 \omega + V \gamma' \omega,$$

und hier ist $q_0 \omega$ der selbstconjugirte Theil der linken Seite der letzten Gleichung und $\gamma' = \frac{1}{2} V(c_1 \gamma_1 \alpha + c_2 \gamma_2 \beta + c_3 \gamma_3 \gamma)$. Und es folgt

$$\rho = \omega + \sigma + V \gamma' \omega + q_0 \omega.$$

Der Vector σ stellt eine allen Punkten gemeinsame Verschiebung dar und $V \gamma' \omega$ eine — wie wir sagen können — *conische Gestaltsänderung*, denn durch sie werden alle Linien des Körpers von O aus, welche auf dem Mantel eines geraden Kreiskegels mit dem Vector γ' als Axe liegen, auf den Mantel eines neuen

solchen mit derselben Axe übergeführt. Die selbstconjugirte lineare oder distributive Vectorfunction $\varphi_0 \omega$ zusammen mit einem Theile der in passender Weise veränderten Vectorconstanten σ stellt eine Gestaltsänderung dar, wie sie durch mehrere gleichzeitige Dehnungen hervorgebracht wird.

Es ist also die Wirkung beliebig vieler gleichzeitiger Verdrehungen eines Körpers gleich einer geradlinigen Verrückung desselben, einer bestimmten conischen Gestaltsänderung und mehrerer gleichzeitiger Dehnungen desselben.

Es soll jetzt die Veränderung eines Körpers durch mehrere schiefwinklige, gleichzeitige Gestaltsänderungen untersucht werden.

Nach dem früheren ist die Verschiebung eines Punktes P des Körpers nach einer schiefwinkligen Gestaltsänderung (α, β) desselben $-\beta S\alpha\omega$, wenn der Vektorenanfangspunkt O gemäss dieser Gestaltsänderung gewählt ist, wie vorher auseinander-gesetzt worden ist. Für eine zweite schiefwinklige Gestaltsänderung (α_1, β_1) wäre die Verschiebung $-\beta_1 S\alpha_1(\omega - \omega_1)$, wenn ω_1 der Vector des dieser zweiten schiefwinkligen Gestaltsänderung zugehörigen Anfangspunktes in Bezug auf O ist. Der Vector ρ eines Punktes des Körpers nach beliebig vielen schiefwinkligen Gestaltsänderungen (α, β) , (α_1, β_1) , (α_2, β_2) , $\dots (\alpha_n, \beta_n)$ desselben in Bezug auf den der ersten (α, β) zugehörigen Anfangspunkt O ist danach bestimmt durch die Gleichung

$$\rho = \omega - \sum_{n=0}^{n=m} \beta_n S\alpha_n(\omega - \omega_n),$$

wenn ω der Vector dieses Punktes vor der Gestaltsänderung und ω_i der Vector des der schiefwinkligen Gestaltsänderung (α_i, β_i) zugehörigen Anfangspunktes O_i in Bezug auf O , den der ersten zugehörigen Anfangspunkt, ist. Wenn wir $V\alpha\beta = \gamma$ setzen, so haben wir:

$$\alpha_i = \frac{1}{S\alpha\beta\gamma} (\alpha S\beta\gamma\alpha_i + \beta S\gamma\alpha\alpha_i + \gamma S\alpha\beta\alpha_i)$$

und also

$$\begin{aligned} \rho = \omega + \sum_{n=1}^{n=m} \beta_n S\alpha_n \omega_n - \frac{1}{S\alpha\beta\gamma} \sum_{n=1}^{n=m} \beta_n (S\beta\gamma\alpha_n S\alpha\omega + S\gamma\alpha\alpha_n S\beta\omega \\ + S\alpha\beta\alpha_n S\gamma\omega) - \beta S\alpha\omega, \end{aligned}$$

oder

$$\rho = \omega + \sigma + \gamma_1 S\alpha\omega + \gamma_2 S\beta\omega + \gamma_3 S\gamma\omega,$$

wenn σ das von ω unabhängige Glied im Ausdruck für φ ist und $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ beziehlich die Vectorfactoren von $S\alpha\omega, S\beta\omega, S\gamma\omega$ in ihm sind. Die Summe der drei letzten Glieder der rechten Seite der letzten Gleichung ist nun eine lineare oder distributive Vectorfunction von ω , welche im allgemeinen nicht selbstconjugirt ist.

Dann lassen sich aber, wenn man sich die Vectorconstante σ entsprechend umgestaltet denkt, mehrere gleichzeitige schiefwinklige Gestaltsänderungen eines Körpers ersetzen durch eine geradlinige Verrückung desselben ohne Gestaltsänderung und durch mehrere gleichzeitige Verdrehungen.

Kehren wir jetzt zur allgemeinen stetigen Gestaltsänderung $\varphi\omega$ zurück. Bei einer solchen erfährt ein unendlich kleiner Würfel der Substanz drei gleichzeitige Dehnungen nach den Richtungen seiner drei Kanten und drei gleichzeitige Verdrehungen, welche die Linien in ihm parallel eben diesen Kanten erleiden.

Es finden, nach früherem, keine Dehnungen statt, wenn

$$Td\varphi\omega_{\omega_1} = Td\varphi\omega_{\omega_2} = Td\varphi\omega_{\omega_3} = 1$$

ist, und keine Verdrehungen, wenn

$$Sd\varphi\omega_{\omega_1}\omega_1 = -Td\varphi\omega_{\omega_1}, \quad Sd\varphi\omega_{\omega_2}\omega_2 = -Td\varphi\omega_{\omega_2},$$

$$Sd\varphi\omega_{\omega_3}\omega_3 = -Td\varphi\omega_{\omega_3},$$

ist. Aus dem Würfel wird ferner ein rechtwinkliges Parallelepiped, wenn

$$Sd\varphi\omega_{\omega_1}d\varphi\omega_{\omega_2} = Sd\varphi\omega_{\omega_2}d\varphi\omega_{\omega_3} = Sd\varphi\omega_{\omega_3}d\varphi\omega_{\omega_1} = 0$$

ist.

Denken wir uns von einem Punkte P des Körpers aus, dessen Vector vor der allgemeinen Gestaltsänderung $\varphi\omega$ den Werth ω haben möge, einen unendlich kleinen Vector $d\omega$. Es sei

$$d\omega = x\omega_1 + y\omega_2 + z\omega_3,$$

in welcher Gleichung $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ drei gleich lange, zu einander rechtwinklige, unendlich kleine Vektoren und x, y, z drei variable im allgemeinen endliche Scalare sein mögen, welche der Bedingungsgleichung

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

genügen sollen. Der Ort des Endpunktes von P ist dann eine Kugeloberfläche um P als Mittelpunkt, deren Radius der gemein-

same Tensor von $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ist. Nach der stetigen Gestaltsänderung $q\omega$ wird aus einem solchen Vector $d\omega$ der Vector

$$q(\omega + d\omega) - q\omega = x dq\omega_{\omega_1} + y dq\omega_{\omega_2} + z dq\omega_{\omega_3},$$

mit der vorigen Bedingungsgleichung für die variablen Scalare x, y, z . Der Ort des Endpunktes von $[q(\omega + d\omega) - q\omega]$ ist danach ein Ellipsoid um die durch die Gestaltsänderung $q\omega$ veränderte Lage von P als Mittelpunkt, in dem $dq\omega_{\omega_1}, dq\omega_{\omega_2}, dq\omega_{\omega_3}$ drei conjugirte Halbmesser sind. Also wird bei einer stetigen Gestaltsänderung aus einer sehr kleinen Kugel in einem Körper, im allgemeinen, ein Ellipsoid, und irgend drei zu einander rechtwinklige Radien der ersteren werden drei conjugirte Halbmesser des letzteren.

Nehmen wir $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ nicht rechtwinklig zu einander und nicht gleich lang an, so wird der Ort des Endpunktes von $d\omega$ die Oberfläche eines Ellipsoids um P als Mittelpunkt, in dem $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ drei conjugirte Halbaxen sind. Für $[q(\omega + d\omega) - q\omega]$ erhalten wir den vorigen Ausdruck mit veränderter Bedeutung von $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.

Bei einer stetigen Gestaltsänderung eines Körpers wird danach aus einem sehr kleinen Ellipsoid in ihm wieder ein solches und irgend drei conjugirte Halbmesser bleiben es.

Wählt man $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ bei ungleicher Länge zu einander senkrecht, so werden diese Vektoren die Hauptaxen eines solchen Ellipsoids vor seiner Gestaltsänderung und nach derselben drei conjugirte Halbmesser in dem veränderten Ellipsoid, welche — im allgemeinen — nicht dessen Hauptaxen sind. Man kann nun nach der Bedingung fragen, bei der diese Hauptaxen es bleiben. Es findet offenbar statt, wenn $S dq\omega_{\omega_1} dq\omega_{\omega_2} = S dq\omega_{\omega_2} dq\omega_{\omega_3} = S dq\omega_{\omega_3} dq\omega_{\omega_1} = 0$ ist, denn dann sind die conjugirten Halbmesser, welche aus den Hauptaxen werden, auch zu einander rechtwinklig. Die Hauptaxen eines solchen Ellipsoids vor seiner Gestaltsänderung werden in diesem Falle im allgemeinen eine andere Richtung haben, als in der veränderten Gestalt desselben. Wenn jedoch $dq\omega_{\omega_1}/\omega_1$ einem Scalar ist, und auch $dq\omega_{\omega_2}/\omega_2$ und $dq\omega_{\omega_3}/\omega_3$ Scalare sind, so bleiben die Hauptaxen eines sehr kleinen Ellipsoids vor seiner Gestaltsänderung sich parallel nach derselben.

Wenn die geometrischen Brüche $dq \omega_{\omega_1}/\omega_1$, $dq \omega_{\omega_2}/\omega_2$, $dq \omega_{\omega_3}/\omega_3$ Scalare und $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ rechtwinklig zu einander sind, bleiben die Hauptaxen eines sehr kleinen Ellipsoids in einem Körper es auch nach einer stetigen Gestaltsänderung desselben und bewahren ihre Richtung.

Berlin, den 19. März 1895.

II. V

leide
ohne
im a
dens
schie
geric
Körp
eben
Vect
elast
ände
elast
schie
mit
Krä
Kör
eine
wer
sein
auf
inb
Vec
um
der

wor
sein
die
wir

6. Theoretische Untersuchungen über elastische Körper; von Paul Glan.

II. Von den elastischen Kräften und Temperaturveränderungen bei Gestaltsänderungen.

Wenn ein elastischer Körper eine Gestaltsänderung erleidet, entstehen in ihm Kräfte, welche ihn in den Zustand ohne Gestaltsänderung zurückzuführen suchen. Dieselben sind im allgemeinen für verschieden gerichtete ebene Elemente durch denselben Punkt des Körpers nach Grösse und Richtung verschieden und auch im allgemeinen für gleich grosse, gleich gerichtete ebene Elemente durch verschiedene Punkte des Körpers verschieden. Die auf die Seitenfläche eines solchen ebenen Elementes wirksame elastische Kraft kann durch einen Vector dargestellt werden, den wir den zugehörigen *Vector der elastischen Kraft* nennen wollen. Bei einer stetigen Gestaltsänderung, durch die wir im Folgenden die hier betrachteten elastischen Kräfte hervorgerufen denken wollen, variirt die Verschiebung und also auch die Art der Gestaltsänderung stetig mit dem Ort, von der letzteren hängen nun die elastischen Kräfte ab und sie können danach auch stetig veränderlich im Körper angenommen werden. Haben sie also für ein Element einer Ebene im Körper eine gewisse Grösse und Richtung, so werden sie für ein benachbartes verschwindend wenig anders sein, man wird demnach die Grösse der elastischen Kraft, die auf ein ebenes Element *do* im Körper wirkt, dem Flächeninhalt dieses Elementes proportional setzen. Ist mithin α der Vector der elastischen Kraft *gerechnet* für die Flächeneinheit um einen Punkt einer Ebene, so kann er für ein Element *do* derselben Ebene um denselben Punkt gleich αdo gesetzt werden.

Denken wir uns den Körper einer Gestaltsänderung unterworfen und in derselben erhalten. Ein räumliches Element in seinem Innern ist dann im Zustande des Gleichgewichts und die elastischen Kräfte, welche von aussen auf seine Umgrenzung wirken, erhalten es in demselben.

Wenn man sich seine einzelnen Theile fest verbunden denkt, so dass es einen sehr kleinen vollkommen harten Körper bildete, so würde das Gleichgewicht nicht gestört werden, das dieselben elastischen Kräfte erhielten und sie müssen also den Bedingungen genügen, welche für die Kräfte gelten, die einen vollkommen harten Körper in Ruhe halten, ihre Resultante muss also Null sein.

Wir wählen das Element als eine kleine dreiseitige Pyramide. Die Seitenflächen derselben mögen do_1, do_2, do_3 sein und die Vektoren der von aussen auf sie wirkenden elastischen Kräfte gerechnet für die Flächeneinheit seien bezüglich α', β', γ' . Die Basisfläche dieser Pyramide sei do und der Vector der von aussen auf sie wirkenden elastischen Kraft gerechnet für die Flächeneinheit sei ρ . Dann muss nach dem Vorigen

$$\rho do = -(\alpha' do_1 + \beta' do_2 + \gamma' do_3),$$

sein.

Da nun do jede kleine Ebene unendlich nahe der Spitze, oder im Grenzfall durch sie gehend, sein kann und mit ihrer Lage bei der gegebenen Richtung der Kanten der Pyramide auch do_1, do_2, do_3 gegeben sind, so genügt die

Kenntniss der Vektoren der elastischen Kraft, gerechnet für die Flächeneinheit, zu irgend drei kleinen ebenen Elementen durch einen Punkt, um den Vector der elastischen Kraft gerechnet für die Flächeneinheit für jedes andere sehr kleine Ebenenstück, durch ihn angeben zu können.

Besonders einfach gestaltet sich die Bestimmung von do_1, do_2, do_3 aus der Lage von do , wenn die von der Spitze der unendlich kleinen Pyramide ausgehenden Kanten rechtwinkelig zu einander sind; ihre Richtung sei beziehentlich durch die drei zu einander rechtwinkeligen Einheitsvectoren α, β, γ (Fig. 1) bestimmt. Die Richtung der auf der Basis do nach aussen

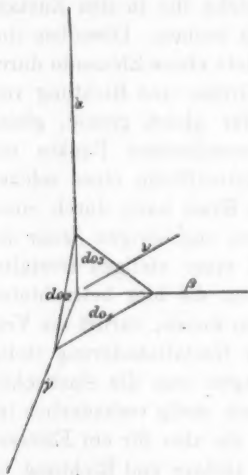


Fig. 1.

errichteten Normale sei durch den Einheitsvector v gegeben. Dann ist $do_1 = -do S\alpha v$, $do_2 = -do S\beta v$, $do_3 = -do S\gamma v$, und $(S\alpha v)^2 + (S\beta v)^2 + (S\gamma v)^2 = 1$. Wir haben also für den Vector ρ der elastischen Kraft gerechnet für die Flächeneinheit den Ausdruck:

$$\rho = \alpha' S\alpha v + \beta' S\beta v + \gamma' S\gamma v,$$

in Verbindung mit

$$(S\alpha v)^2 + (S\beta v)^2 + (S\gamma v)^2 = 1.$$

Zieht man zu sämtlichen Ebenenelementen durch die Spitze P der betrachteten Pyramide die für die Flächeneinheit gerechneten, zugehörigen Vektoren der elastischen Kräfte von P aus, so bilden die Endpunkte dieser Vektoren ein Ellipsoid, das Kraftellipsoid, mit dem Mittelpunkt in P , in dem α', β', γ' drei conjugirte Halbachsen sind. Es ergibt sich im Besonderen, dass die Vektoren der elastischen Kraft zu den beiden Seiten eines ebenen Elementes von gleicher Länge, doch entgegengesetzter Richtung sind. Da do_1, do_2, do_3 drei beliebig gewählte ebene, zu einander rechtwinkelige Elemente durch P sind, so folgt weiter:

Die Vektoren der elastischen Kraft gerechnet für die Flächeneinheit zu irgend drei ebenen und zu einander senkrechten Elementen durch einen Punkt P eines Körpers sind stets drei conjugirte Halbachsen des Kraftellipsoids um P .

Es gibt danach nur drei ebene und zu einander senkrechte Elemente durch einen Punkt, für welche die drei zugehörigen Vektoren der elastischen Kraft auch zu einander lothrecht sind. Die Letzteren sind dann die drei Hauptachsen des Kraftellipsoids. Es sollen jetzt in dem Ausdruck für ρ die drei zu einander lothrechten Ebenenelemente do_1, do_2, do_3 so gewählt sein, dass die zugehörigen Vektoren der elastischen Kraft α', β', γ' die drei Hauptachsen des Kraftellipsoids um P sind. Die elastische Kraft wirkt im allgemeinen schräg gegen das Element, dem sie zugehört. Die Vektoren ρ der elastischen Kraft, welche senkrecht zu den zugehörigen Elementen sind, sind die Lösungen der Gleichung $V\rho v = 0$. Es sei die Drehung um α von β nach γ positiv oder rechtsläufig; lösen wir die in Bezug auf v lineare oder distributive Gleichung für ρ nach v auf, ergibt sich:

$$v = -\frac{\alpha S\alpha' \rho}{(T\alpha')^2} - \frac{\beta S\beta' \rho}{(T\beta')^2} - \frac{\gamma S\gamma' \rho}{(T\gamma')^2} = \varphi \rho$$

und dann wird:

$$V \varrho v = V \varrho \varphi \varrho = 0 = V \varrho \Phi \varrho,$$

wenn

$$\Phi \varrho = \varphi \varrho + c \varrho$$

und c ein Scalar ist. Jeder Vector ϱ ist eine Wurzel dieser quadratischen Vectorgleichung, der $\Phi \varrho$ gleich Null macht. Es kann nun geschrieben werden

$$\varrho = -\alpha S \alpha \varrho - \beta S \beta \varrho - \gamma S \gamma \varrho,$$

und also

$$\Phi \varrho = -\alpha S \left(\frac{\alpha'}{T \alpha'^2} + c \alpha \right) \varrho - \beta S \left(\frac{\beta'}{T \beta'^2} + c \beta \right) \varrho - \gamma S \left(\frac{\gamma'}{T \gamma'^2} + c \gamma \right) \varrho.$$

Da α, β, γ diplanar sind, kann dieser Ausdruck nur Null werden, wenn ein Glied der Summe Null ist. Das ergibt erstens die Lösung

$$S \left(\frac{\alpha'}{T \alpha'^2} + c \alpha \right) \varrho_1 = c,$$

$$\varrho_1 = V \left(\frac{\beta'}{T \beta'^2} + c \beta \right) \left(\frac{\gamma'}{T \gamma'^2} + c \gamma \right).$$

Da nun ϱ nicht zu drei diplanaren Vektoren lothrecht sein kann, so folgt aus der ersten Gleichung

$$U \alpha' = \pm \alpha, \quad T \alpha'^{-1} = \mp c.$$

Wählen wir zweitens $\Phi = \varphi + c_1$, in welchem Ausdruck c_1 ein anderer Scalar als c sein mag, und setzen das zweite Glied im neuen Ausdruck für $\Phi \varrho$ gleich Null, so folgt als zweite Lösung:

$$\varrho_2 = V \left(\frac{\alpha'}{T \alpha'^2} + c_1 \alpha \right) \left(\frac{\gamma'}{T \gamma'^2} + c_1 \gamma \right)$$

in Verbindung mit

$$U \beta' = \pm \beta, \quad T \beta'^{-1} = \mp c_1.$$

Und die Annahme $\Phi = \varphi + c_2$ und verschwinden machen des dritten Gliedes in dem neuen Ausdruck für $\varphi \varrho$, führt zur neuen Lösung:

$$\varrho_3 = V \left(\frac{\alpha'}{T \alpha'^2} + c_2 \alpha \right) \left(\frac{\beta'}{T \beta'^2} + c_2 \beta \right)$$

im Verein mit

$$U \gamma' = \pm \gamma, \quad T \gamma'^{-1} = \mp c_2.$$

Da nun die quadratische Vectorgleichung $V \varrho \Phi \varrho = V \varrho v = 0$ im allgemeinen nur drei Wurzeln hat, so sind die gefundenen

Werthe von ρ im allgemeinen ihre einzige Lösungen und die drei Wurzeln der Gleichung $V_\rho v = 0$ sind:

$$\rho_1 = C_1 \alpha, \quad \rho_2 = C_2 \beta, \quad \rho_3 = C_3 \gamma;$$

C_1, C_2, C_3 sind hier drei Scalare. Folglich sind die drei zu einander senkrechten ebenen Elemente durch einen Punkt, deren Lothe die Hauptaxen des Kraftellipsoids sind, die einzigen — im allgemeinen —, zu denen die zugehörige elastische Kraft senkrecht ist, welche durch eine stetige Gestaltsänderung entsteht.

Durch diese elastischen Kräfte vermag nun ein Körper nach einer stetigen Gestaltsänderung Arbeit zu leisten. Wir wollen zuerst die Grösse der elastischen Arbeit betrachten, welche er nach einer bestimmten stetigen Gestaltsänderung leisten kann, wenn seine Temperatur constant erhalten wird; und zwar denken wir uns den Körper als einen sehr kleinen Würfel, dessen Kanten von einer Ecke aus die drei zu einander rechtwinkligen Vektoren $x\omega_1, y\omega_2, z\omega_3$ sein mögen. Er mag einer stetigen Gestaltsänderung $q\omega$ unterworfen werden und wird dann also ein sehr kleines schiefwinkliges Parallelepiped, dessen Kanten von derselben Ecke aus die drei Vektoren $xdq\omega_{\omega_1}, ydq\omega_{\omega_2}, zdq\omega_{\omega_3}$ sind. Die Grösse der elastischen Arbeit, welche es zu leisten vermag, wenn es bei constanter Temperatur wieder zum ursprünglichen Würfel wird, hängt nur von seiner Gestalt und seiner Temperatur ab. Seine Gestalt ist nun bestimmt durch die Länge seiner Seiten von einer Ecke aus und die Winkel, welche sie einschliessen, oder durch Grössen, die jene sechs Elemente unzweideutig bestimmen. Wir denken uns x, y, z als drei gleiche und unendlich kleine Scalare und $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ als Einheitsvectoren. Diese sechs Werthe sind durch die Grösse und Lage des ursprünglichen Würfels als bekannt und gegeben anzusehen. Die Längen der Kanten des Parallelepipedes geben die drei Tensoren $Tdq\omega_{\omega_1}, Tdq\omega_{\omega_2}, Tdq\omega_{\omega_3}$ an und diese sind wieder eindeutig bestimmt durch die Differenzen $Tdq\omega_{\omega_1} - 1, Tdq\omega_{\omega_2} - 1, Tdq\omega_{\omega_3} - 1$. Die Winkel zwischen zwei Kanten des Parallelepipedes sind, da sie zwischen 0 und π liegen müssen, durch ihre Cosinus vollständig bestimmbar. Diese sechs Grössen bestimmen also die augenblickliche Gestalt des Parallelepipedes völlig; wir wollen sie seine *Gestaltsvariabeln*

nennen und mit $m_1, m_2, m_3, n_1, n_2, n_3$ bezeichnen und es sei danach:

$$\begin{aligned} m_1 &= Td\varphi \omega_{\omega_1} - 1, \quad m_2 = Td\varphi \omega_{\omega_2} - 1, \quad m_3 = Td\varphi \omega_{\omega_3} - 1, \\ n_1 &= -Sd\varphi \omega_{\omega_1} d\varphi \omega_{\omega_2} : Td\varphi \omega_{\omega_1} Td\varphi \omega_{\omega_2}, \\ n_2 &= -Sd\varphi \omega_{\omega_2} d\varphi \omega_{\omega_3} : Td\varphi \omega_{\omega_2} Td\varphi \omega_{\omega_3}, \\ n_3 &= -Sd\varphi \omega_{\omega_3} d\varphi \omega_{\omega_1} : Td\varphi \omega_{\omega_3} Td\varphi \omega_{\omega_1}. \end{aligned}$$

Die Grösse der von dem ursprünglich würfelförmigen Körperelement bei constanter Temperatur zu leistenden Arbeit durch seine elastischen Kräfte ist demnach eine stetige Scalarfunction seiner Gestaltsvariablen und seiner Temperatur. Die meisten Stoffe ertragen nun bloss kleine Dehnungen und kleine Verdrehungen ohne Störung des Zusammenhanges ihrer Theile, es soll deshalb der Charakter der Function f der elastischen Arbeit bei constanter Temperatur *nur für sehr kleine Werthe der Gestaltsvariablen* festgestellt werden. Der physikalischen Bedeutung der Function f nach sind ihre Ableitungen nicht unendlich, für sehr kleine Werthe der Gestaltsvariablen ist sie in eine convergente Reihe nach Mac Laurins Satz nach Gliedern von steigender Ordnung in Bezug auf die Gestaltsvariablen zu entwickeln und wir können schreiben:

$$f = f_0 + f_1 + f_2 + \dots,$$

in welcher Gleichung

$$f_m = \frac{1}{2 \cdot 3 \dots m} \left[e_m m_1 + e_m m_2 + e_m m_3 + e_{1,2}^{(m)} n_1 + e_{2,3}^{(m)} n_2 + e_{3,1}^{(m)} n_3 \right]^m$$

und $e_m, \dots, e_{3,1}^{(m)}$ nur von der Temperatur abhängen. Wenn die Variablen sämmtlich gleich Null werden, der kleine Würfel also keine Gestaltsänderung erleidet, vermag er keine elastische Arbeit zu leisten. Der Ausdruck für die Grösse f der elastischen Arbeit reducirt sich in diesem Falle auf das erste Glied der Reihe für f , auf f_0 und das muss gleich Null sein. Wir haben somit:

$$f = f_1 + f_2 + \dots + f_m + r_m.$$

Hier ist jedes folgende Glied der Reihe unendlich klein höherer Ordnung als das vorhergehende und r_m bedeutet den Rest der Reihe, der klein gegen f_m ist, wenn sich die Variablen der Null nähern. Die Summe der Glieder bis f_m bestimmt also bei kleinen Werthen der Gestaltsvariablen das

Vorzeichen von f . Es würde also f_1 das Vorzeichen von f bestimmen, wenn wir $f = f_1 + r_1$ setzen. Nun muss f stets positiv sein, denn ein Würfel vermag nach jeder Gestaltsänderung bei constanter Temperatur positive elastische Arbeit zu leisten, f_1 ändert aber sein Vorzeichen mit dem Wechsel des Vorzeichens der Gestaltsvariablen, folglich muss f_1 im Ausdruck für f verschwinden und wir erhalten:

$$f = f_2,$$

indem wir die auf f_2 folgenden Glieder fortlassen, weil sie unendlich klein höherer Ordnung sind, als f_2 .

Wir wollen uns jetzt den Würfel als *Theil eines Körpers* denken, *der drei zu einander rechtwinklige physikalische Symmetrieebenen hat*, und die Seitenflächen des Würfels sollen jenen Symmetrieebenen parallel sein. Dann muss die Grösse der elastischen Arbeit bei constanter Temperatur die gleiche sein, wenn wir den Würfel einmal einer Verdrehung (ω_1, ω_2, n), das andere Mal einer Verdrehung ($\omega_1, \omega_2, -n$) unterwerfen. Hierbei ändert aber n_1 sein Vorzeichen und es darf deshalb nicht die erste Potenz von n_1 in f_2 vorkommen. In entsprechender Weise gelangt man zu dem Schluss, dass auch die ersten Potenzen von n_2 und n_3 nicht in f_2 enthalten sein dürfen und der Ausdruck für f wird danach:

$$f = e_1 m_1^2 + e_2 m_2^2 + e_3 m_3^2 + v_1 n_1^2 + v_2 n_2^2 + v_3 n_3^2 \\ + e_{12} m_1 m_2 + e_{23} m_2 m_3 + e_{31} m_3 m_1.$$

Denken wir uns $Td\varphi \omega_1$, also auch m_1 , um die kleine Grösse dm_1 verändert, durch welche m_1 der Null stets genähert werden mag; es verrückt sich in diesem Falle, z. B., die Seitenfläche durch den Anfangspunkt von $xd\varphi \omega_{\omega_1}$, welche jenen Vector nicht enthält, um $-x dm_1 U d\varphi \omega_{\omega_1}$, von innen wirkt auf jene Seitenfläche die Kraft

$$- \alpha_1 y z T d\varphi \omega_{\omega_1} T d\varphi \omega_{\omega_1} \sin \angle \frac{d\varphi \omega_{\omega_2}}{d\varphi \omega_{\omega_1}},$$

wenn der Vector der elastischen Kraft gerechnet für die Flächeneinheit, der von aussen auf diese Seitenfläche wirkt, α_1 ist. Die Arbeit die von innen auf sie wirkenden Kraft ist dann bei dieser Verrückung derselben $-S \alpha_1 U d\varphi \omega_1 dm_1 x y z$, wenn unendlich kleine Grössen höherer Ordnung fortbleiben, da

$$T d\varphi \omega_{\omega_2}, T d\varphi \omega_{\omega_3} \quad \text{und} \quad \sin \angle \frac{d\varphi \omega_{\omega_2}}{d\varphi \omega_{\omega_1}}$$

bei der hier betrachteten sehr kleinen Gestaltsänderung sich sehr wenig von der Einheit unterscheiden. Um diesen Betrag wird also die Grösse der elastischen Arbeit des ursprünglichen unendlich kleinen Würfels bei der betrachteten Veränderung verringert; diese Grösse verändert sich demnach dabei um $S\alpha_1 U d\varphi \omega_{\omega_1} d m_1 x y z$. Dieselbe Aenderung lässt sich aber ausdrücken durch

$$\frac{df}{d m_1} d m_1 x y z,$$

wenn f jetzt die für die Volumeneinheit gerechnete Grösse der elastischen Arbeit bei constanter Temperatur bedeutet und unendlich kleine Grössen höherer Ordnung als die hingeschriebene fortgelassen werden. Durch Gleichstellung der erhaltenen beiden Ausdrücke für dieselbe Grösse erhalten wir:

$$-\frac{df}{d m_1} = -S\alpha_1 U d\varphi \omega_{\omega_1},$$

gleich der Grösse der Componenten von α_1 auf die Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_1}$, und entsprechend:

$$-\frac{df}{d m_2} = -S\alpha_2 U d\varphi \omega_{\omega_2},$$

gleich der Grösse der Componenten von α_2 auf die Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_2}$, wenn α_2 der für die Flächeneinheit gerechnete Vector der elastischen Kraft ist, welche von aussen auf die Seitenfläche durch den Anfangspunkt von $y d\varphi \omega_{\omega_2}$ wirkt, welche jenen Vector nicht enthält; und

$$-\frac{df}{d m_3} = -S\alpha_3 U d\varphi \omega_{\omega_3},$$

gleich der Grösse der Componenten von α_3 auf die Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_3}$, wenn α_3 der für die Flächeneinheit gerechnete Vector der elastischen Kraft ist, welche von aussen auf die durch den Anfangspunkt des Vectors $z d\varphi \omega_{\omega_3}$ gehende Seitenfläche wirkt, in der jener Vector nicht enthalten ist.

Es mag jetzt, und zwar vom Anfangszustande m_1, \dots, n_3 aus, die Kante $x d\varphi \omega_{\omega_1}$ und die ihr parallelen Linien im schiefwinkligen Parallelepiped eine unendlich kleine konische Drehung um die Seite $z d\varphi \omega_{\omega_3}$, beziehentlich um parallele Linien zu ihr, ausführen. Es ändert sich dabei nur $\angle d\varphi \omega_{\omega_1} / d\varphi \omega_{\omega_3}$ und also allein $n_1 = \cos \angle (d\varphi \omega_{\omega_1} / d\varphi \omega_{\omega_3})$, und zwar mag es um $d n_1$ sein. Die vom Parallelepiped im Anfangszustande

zu leistende elastische Arbeit bei constanter Temperatur ändert sich dabei um

$$\frac{df}{dn_1} dn_1 xyz.$$

Da nun

$$\cos \angle \frac{d\varphi \omega_{\omega_1}}{d\varphi \omega_{\omega_2}} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \angle \frac{d\varphi \omega_{\omega_1}}{d\varphi \omega_{\omega_2}} \right) = \frac{\pi}{2} - \angle \frac{d\varphi \omega_{\omega_1}}{d\varphi \omega_{\omega_2}},$$

weil der Cosinus und Sinus hier unendlich kleine Grössen sind, muss sich $\angle d\varphi \omega_{\omega_1} / d\varphi \omega_{\omega_2}$ um $-dn_1$ ändern, wenn sich n_1 oder $\cos \angle (d\varphi \omega_{\omega_1} / d\varphi \omega_{\omega_2})$ um dn_1 verändern. Die Seitenfläche des Parallelepipeds durch den Endpunkt der Kante $x d\varphi \omega_{\omega_1}$, welche sie nicht enthält, verschiebt sich dabei um $x dn_1 U d\varphi \omega_{\omega_2}$, wenn unendlich kleine Grössen höherer Ordnung fortbleiben, und die Arbeit der vom Innern des Parallelepipeds auf seine Seitenflächen ausgeübten elastischen Kräfte bei dieser unendlich kleinen Gestaltsänderung ist $-S\alpha_1 U d\varphi \omega_{\omega_2} dn_1 xyz$, wenn man von unendlich kleinen Grössen höherer Ordnung absieht. Um sie vermindert sich die elastische Arbeit des Parallelepipeds bei constanter Temperatur bei jener Veränderung seiner Gestalt und wir erhalten danach, wenn wir gemeinsame Factoren auf beiden Seiten der folgenden Gleichung fortlassen:

$$-\frac{df}{dn_1} = -S\alpha_1 U d\varphi \omega_{\omega_2}$$

gleich der Theilkraft von α_1 nach der Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_2}$.

Die gleiche Veränderung des Winkels $\angle d\varphi \omega_{\omega_1} / d\varphi \omega_{\omega_2}$ um $-dn_1$ hätte sich auch dadurch erreichen lassen, dass man sich $d\varphi \omega_{\omega_2}$ konisch um $d\varphi \omega_{\omega_2}$ in passender Weise hätte drehen lassen. Durch eine der zuvor angestellten entsprechende Betrachtung ergibt sich dann:

$$-\frac{df}{dn_1} = -S\alpha_2 U d\varphi \omega_{\omega_1}$$

gleich der Theilkraft von α_2 nach der Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_1}$.

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt

$$-S\alpha_1 U d\varphi \omega_{\omega_2} = -S\alpha_2 U d\varphi \omega_{\omega_1},$$

die Gleichheit der Theilkraft von α_1 auf die Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_1}$ und der von α_2 auf diejenige von $d\varphi \omega_{\omega_2}$.

Auf ähnliche Weise erhalten wir:

$$-\frac{df}{dn_2} = -S\alpha_2 U d\varphi \omega_{\omega_2}$$

gleich der Theilkraft von α_2 auf die Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_2}$

$$= -S\alpha_3 U d\varphi \omega_{\omega_2}$$

gleich der Theilkraft von α_3 auf die Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_3}$, und

$$-\frac{df}{dn_3} = -S\alpha_3 U d\varphi \omega_{\omega_3}$$

gleich der Theilkraft von α_3 nach der Richtung von

$$d\varphi \omega_{\omega_1} = -S\alpha_1 U d\varphi \omega_{\omega_1}$$

gleich der Theilkraft von α_1 nach der Richtung von $d\varphi \omega_{\omega_2}$.

Da die Einheitsvectoren $U d\varphi \omega_{\omega_1}$, $U d\varphi \omega_{\omega_2}$, $U d\varphi \omega_{\omega_3}$ nahe rechtwinklig zu einander sind bei den hier betrachteten kleinen Gestaltsänderungen, so wird mit Fortlassung von kleinen Werthen gegenüber den beibehaltenen:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= -\left(\frac{df}{dm_1} U d\varphi \omega_{\omega_1} + \frac{df}{dn_1} U d\varphi \omega_{\omega_2} + \frac{df}{dn_3} U d\varphi \omega_{\omega_3}\right) \\ \alpha_2 &= -\left(\frac{df}{dn_1} U d\varphi \omega_{\omega_1} + \frac{df}{dm_2} U d\varphi \omega_{\omega_2} + \frac{df}{dn_3} U d\varphi \omega_{\omega_3}\right) \\ \alpha_3 &= -\left(\frac{df}{dn_3} U d\varphi \omega_{\omega_1} + \frac{df}{dn_2} U d\varphi \omega_{\omega_2} + \frac{df}{dm_3} U d\varphi \omega_{\omega_3}\right).\end{aligned}$$

Wenn die Gestaltsänderung eines Körpers sich mit der Zeit ändert, wird der Vector ϱ eines Punktes P desselben eine Vectorfunction seines Anfangswerthes ω und der Zeit t sein und wir haben in diesem Falle:

$$\varrho = \varphi(\omega, t).$$

Ein Theilchen des Körpers im Innern mag ein kleiner Würfel mit den Kanten $x\omega_1$, $y\omega_2$, $z\omega_3$ sein, wenn es von äusseren Kräften nicht beeinflusst wird. Die Vektoren ω_1 , ω_2 , ω_3 seien hier drei zu einander rechtwinklige Einheitsvectoren und die Drehung um ω_1 von ω_2 nach ω_3 positiv oder rechtsläufig, ferner sind dann x , y , z drei gleiche unendlich kleine Scalare. Nach der Gestaltsänderung $\varphi(\omega, t)$ ist aus diesem Würfel ein schiefwinkliges Parallelepiped geworden. Nach dem d'Alembert'schen Princip müssen die von aussen auf ein Theilchen wirkenden Kräfte und die aus der Beschleunigung sich ergebenden mit entgegengesetzter Richtung genommenen bewegendenden Kräfte desselben im Gleichgewicht sein. Dazu

ist nöthig und ausreichend, dass bei der Verlegung aller auf ein solches Theilchen wirkenden Kräfte und der mit negativem Vorzeichen genommenen bewegendem Kraft desselben nach dem Vektorenanfangspunkt O die Summe der Kraftvektoren und die Vectorsumme der Kräftepaare, welche durch diese Verlegung entstehen, verschwinde. Die Masse des Theilchens können wir durch das Product seiner Dichte s und seines Volumens $xyz S d\varphi \omega_{\omega_1} d\varphi \omega_{\omega_2} d\varphi \omega_{\omega_3}$ ausdrücken; da wir nur unendlich kleine Gestaltsänderungen betrachten, ist hierbei angenommen, dass die Drehung um $d\varphi \omega_{\omega_1}$ von $d\varphi \omega_{\omega_2}$ nach $d\varphi \omega_{\omega_3}$ positiv oder rechtsläufig sei, wie diejenige um ω_1 von ω_2 nach ω_3 . Die drei erstgenannten Vektoren sind dabei nahe rechtwinklig zu einander und von der Länge eins. Die Masse eines solchen Theilchens kann dann durch $sxyz$ ausgedrückt werden, wenn unendlich kleine Grössen höherer Ordnung fortfallen; und seine bewegendende Kraft ist $sxyz D_i^2 \rho$, wenn ρ sein Vector ist. Haben $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ die frühere Bedeutung, so ist der Vector der elastischen Kraft, die auf die Seitenfläche von aussen wirkt, in der die Vektoren $y d\varphi \omega_{\omega_2}, z d\varphi \omega_{\omega_3}$ liegen, die von der Ecke ausgehen, deren Vector ρ ist, gleich $yz\alpha_1$, wenn unendlich kleine Grössen höherer Ordnung unberücksichtigt bleiben. Für die parallele Seitenfläche des Parallelepipeds durch den Endpunkt des Vectors $\rho + x d\varphi \omega_{\omega_1}$ ist der Vector der von aussen auf sie wirkenden elastischen Kraft

$$-yz\alpha_1 - yzx d\alpha_1 \omega_1$$

mit Fortlassung unendlich kleiner Grössen höherer Ordnung als die beibehaltenen. Entsprechend ergibt sich für die Vektoren der elastischen Kräfte, welche von aussen auf die beiden Seitenflächen durch den Anfangs- und Endpunkt des vom Endpunkt von ρ ausgehenden Vectors $y d\varphi \omega_{\omega_2}$ wirken, $+zx\alpha_2$ und $-zx\alpha_2 - zxy d\alpha_2 \omega_2$ und für die noch übrig bleibenden Seitenflächen des Parallelepipeds finden wir die Vektoren der von aussen auf sie wirkenden elastischen Kräfte $xy\alpha_3$ und $-xy\alpha_3 - xyz d\alpha_3 \omega_3$. Die Vectorsumme dieser elastischen Kräfte und der Kraft $-sxyz D_i^2 \rho$ müssen gleich Null sein und wir erhalten danach die Gleichung für die Bewegung im Innern der elastischen Körper in der Form:

$$s D_i^2 \rho = -d\alpha_1 \omega_1 - d\alpha_2 \omega_2 - d\alpha_3 \omega_3$$

Die Gleichung, welche aus der Bedingung folgt, dass die Vectorsumme der Kräftepaare Null sei, welche durch die Verlegung dieser elastischen Kräfte nach dem Vektorenanfangspunkte O entstehe, lautet:

$$V\left\{(\varphi(\omega, t) + \varepsilon)xyzD_1^2\rho - yz\varphi(\omega, t)\alpha_1 + yz(\varphi(\omega, t) + xd\varphi(\omega, t)_{\omega_1})\right. \\ \left.(\alpha_1 + xd\alpha_1_{\omega_1}) - zx\varphi(\omega, t)\alpha_2 + zx(\varphi(\omega, t) + yd\varphi(\omega, t)_{\omega_2})(\alpha_2 + yd\alpha_2_{\omega_2})\right. \\ \left. - xy\varphi(\omega, t)\alpha_3 + xy(\varphi(\omega, t) + zd\varphi(\omega, t)_{\omega_3})(\alpha_3 + zd\alpha_3_{\omega_3})\right\} = 0.$$

In ihr ist ε ein unendlich kleiner Vector, da es die Entfernung des Angriffspunktes der bewegenden Kraft des betrachteten Theilchens vom Endpunkt desselben mit dem Vector ρ darstellt. Die letztere Gleichung wird nun befriedigt wegen der vorigen Gleichung und der Form der Gleichungen wegen $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, wenn man unendlich kleine Vektoren höherer Ordnung als die der mit dem Coefficienten xyz versehenen fortlässt.

Ein Theilchen an seiner Grenze kann man sich — im allgemeinen — als ein Tetraeder vorstellen; seine drei Kanten im Innern des elastischen Körpers im Zustande ohne Gestaltsänderung seien $x\omega_1, y\omega_2, z\omega_3$, wenn $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ die bisherige Bedeutung haben und x, y, z drei unendlich kleine, im allgemeinen ungleiche Scalare sind, und seine Seitenfläche in der Oberfläche des Körpers sei $d\sigma$. Die Gleichung der letzteren sei

$$\omega = \psi(x, y) = \psi,$$

wie wir die Vectorfunction der beiden Scalarvariablen x und y abkürzend bezeichnen wollen. Ein nach aussen gehender normaler Einheitsvector zu $d\sigma$ sei v ; wir können dann für v schreiben $UVd_x\varphi\psi d_y\varphi\psi$, wenn die Reihenfolge der beiden Differentiale so gewählt wird, dass dieser Vector die Richtung der von $d\sigma$ nach aussen gehenden Normale hat. Nach der Gestaltsänderung werden die Kanten des Tetraeders

$$xd\varphi(\omega, t)_{\omega_1}, \quad yd\varphi(\omega, t)_{\omega_2}, \quad zd\varphi(\omega, t)_{\omega_3}.$$

Die Seitenflächen desselben im Innern sind dann

$$\begin{aligned} & -d\sigma S U d\varphi(\omega, t)_{\omega_1} U V d_x\varphi\psi d_y\varphi\psi, \\ & -d\sigma S U d\varphi(\omega, t)_{\omega_2} U V d_x\varphi\psi d_y\varphi\psi, \\ & -d\sigma S U d\varphi(\omega, t)_{\omega_3} U V d_x\varphi\psi d_y\varphi\psi. \end{aligned}$$

Die elastischen Kräfte, welche von aussen auf sie wirken, sind

$$\begin{aligned} & -\alpha_1 d\sigma S U d\varphi(\omega, t)_{\omega_1} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi, \\ & -\alpha_2 d\sigma S U d\varphi(\omega, t)_{\omega_2} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi, \\ & -\alpha_3 d\sigma S U d\varphi(\omega, t)_{\omega_3} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi; \end{aligned}$$

hierbei sind unendlich kleine Grössen höherer Ordnung als die hingeschriebenen nicht berücksichtigt. Für die Basis $d\sigma$ des Tetraeders mag der Vector der von aussen wirkenden Kraft, gerechnet für die Flächeneinheit, β sein, also die von aussen wirksame Kraft auf $d\sigma$ gleich $\beta d\sigma$ sein. Die Bedingung, dass die Vectorsumme aller dieser Kräfte und der negativ genommenen bewegendes Kraft des Tetraeders Null sein muss, ergibt dann die Gleichung:

$$\begin{aligned} & -sxyz D_1^2 \varphi - \alpha_1 d\sigma S U d\varphi_{\omega_1} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi \\ & -\alpha_2 d\sigma S U d\varphi_{\omega_2} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi \\ & -\alpha_3 d\sigma S U d\varphi_{\omega_3} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi = -\beta d\sigma. \end{aligned}$$

Da das erste Glied der rechten Seite wegen des Factors xyz unendlich klein dritter Ordnung, die folgenden Glieder mit dem Coefficienten $d\sigma$ dagegen im allgemeinen unendlich klein zweiter Ordnung sind, erhalten wir bei Fortlassung unendlich kleiner Grössen dritter Ordnung und des gemeinsamen Factors $d\sigma$ der dann übrig bleibenden Glieder als Gleichung für die Grenzfläche eines elastischen Körpers:

$$\begin{aligned} & \alpha_1 S U d\varphi_{\omega_1} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi + \alpha_2 S U d\varphi_{\omega_2} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi \\ & + \alpha_3 S U d\varphi_{\omega_3} U V d_\xi \varphi \psi d_\eta \varphi \psi = \beta. \end{aligned}$$

Die Gleichung, welche aus der Bedingung folgt, dass die Summe der Kräftepaare verschwinden muss, welche durch die Verlegung jener Kräfte nach dem Vektorenanfangspunkte entstehen, führt auf die letzte Gleichung, wenn man in ihr nur die unendlich kleinen Glieder zweiter Ordnung berücksichtigt und ergibt somit keine neue Bedingungsgleichung für die Grenzfläche.

Bei einer Gestaltsänderung eines elastischen Körpers ändert sich nun, im allgemeinen, die Temperatur seiner Theile, und, wenn die Art der Gestaltsänderung seiner einzelnen Theile verschieden ist, in jedem in anderer Weise. Es muss

deshalb bei variabler Gestaltsänderung während eines Zeitmomentes sich die Temperatur aus doppeltem Grunde ändern, durch Wärmeleitung, wegen des Temperaturunterschiedes eines Theilchens gegen seine Umgebung und infolge der Wärmemenge, die in ihm wegen seiner Gestaltsänderung in diesem Augenblicke entsteht oder vernichtet wird. In einem Augenblicke t und in einem Punkte P des Körpers, dessen Vector zu dieser Zeit ϱ ist, wird deshalb die Temperatur t als Scalarfunction von ϱ und t sich bestimmen lassen aus einer Gleichung von der Form:

$$t = f(\varrho, t).$$

In bekannter Weise ergibt sich die für die Zeiteinheit gerechnete Temperaturänderung, welche allein durch die Wärmeleitung entsteht, aus der Gleichung:

$$s c D_t t = k_1 d^2 t_{\omega_1} + k_2 d^2 t_{\omega_2} + k_3 d^2 t_{\omega_3},$$

welche für das Innere des Körpers gilt und in der s das specifische Gewicht des Körpers, c die specifische Wärme eines Theilchens in dem Zustand bedeutet, den es zu Anfang des betrachteten Zeitelementes dt hat; und die Vektoren $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ müssen die Richtung der drei zu einander lothrechten krystallographischen Axen des Theilchens haben, wenn es krystallinisch ist. Die Wärmeleitungsfähigkeiten in ihm nach den Richtungen von $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ sind beziehentlich k_1, k_2, k_3 in diesem Falle; ist das Theilchen als nichtkrystallinisch zu betrachten, so ist die Lage des rechtwinkligen Vectorsystems $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ in ihm eine beliebige und $k_1 = k_2 = k_3 = k$.

Der Wärmefluss durch ein ebenes Element durch einen Punkt P des Körpers senkrecht zu ω_1 ist $-k_1 dt_{\omega_1}$ und der Vector des Wärmeflusses von P aus nach der Richtung von ω_1 kann der Ausdruck $-k_1 dt_{\omega_1} \omega_1$ genannt werden in dem Sinne, dass sein Tensor zur Längeneinheit in demselben Verhältniss stehen soll, wie die Grösse des Wärmeflusses zur Wärmeeinheit und sein Versor die Richtung angiebt, nach der er zu nehmen ist und senkrecht zu der das ebene Element liegt, dem er zugehört. Entsprechend ist $-k_2 dt_{\omega_2}$ der Wärmefluss durch ein ebenes Element durch einen Punkt senkrecht zu ω_2 und $-k_2 dt_{\omega_2} \omega_2$ der zugehörige Vector des Wärmeflusses und $-k_3 dt_{\omega_3}$ und $-k_3 dt_{\omega_3} \omega_3$ haben die entsprechende Bedeutung für die Richtung von ω_3 .

Denken wir uns im Innern des Körpers ein unendlich kleines Tetraeder mit der Spitze in P , dessen Kanten von ihr aus parallel den drei zu einander rechtwinkligen Einheitsvectoren $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ sein sollen; letztere Vektoren sollen den krystallographischen Axen in P parallel sein, wenn der Körper oder das Element von ihm um P krystallinisch sind. Die Basis dieser kleinen dreiseitigen Pyramide sei $d\sigma$ und ein Einheitsvector normal zu ihr nach aussen sei ω_n . Durch die Seitenflächen dieses Tetraeders in sein Inneres treten beziehentlich die Wärmemengen $k_1 dt_{\omega_1} S \omega_1 \omega_n d\sigma dt$, $k_2 dt_{\omega_2} S \omega_2 \omega_n d\sigma dt$, $k_3 dt_{\omega_3} S \omega_3 \omega_n d\sigma dt$ während des Zeitmomentes dt . Durch die Basis $d\sigma$ mag in derselben Zeit die Menge $w_n d\sigma dt$ von innen nach aussen, also in der Richtung von ω_n , hindurchgehen. Die Grösse w_n kann der *Wärmefluss nach der Richtung von ω_n im Punkte P* genannt werden, denn wenn das Volumen des Tetraeders im Grenzfall verschwindend wird, fällt $d\sigma$ in diesen Punkt. Die Zunahme der Wärme im Tetraeder während des Zeitraumes dt ist also

$$\{k_1 dt_{\omega_1} S \omega_1 \omega_n + k_2 dt_{\omega_2} S \omega_2 \omega_n + k_3 dt_{\omega_3} S \omega_3 \omega_n - w_n\} d\sigma dt.$$

Haben nun s und c die vorige Bedeutung und ist dv das Volumen des Tetraeders, folglich eine unendlich kleine Grösse dritter Ordnung, so lässt sich dieselbe Zunahme der Wärme auch durch $sc D_t dt dv$ ausdrücken. Setzt man die beiden für sie erhaltenen Ausdrücke gleich und vernachlässigt unendlich kleine Grössen dritter Ordnung, so folgt nach Fortlassung von $d\sigma dt$:

$$w_n = k_1 dt_{\omega_1} S \omega_1 \omega_n + k_2 dt_{\omega_2} S \omega_2 \omega_n + k_3 dt_{\omega_3} S \omega_3 \omega_n.$$

Diese Gleichung gestattet den *Wärmefluss nach einer gegebenen Richtung* für eine bestimmte Vertheilung der Temperatur im Körper anzugeben, wenn er nach den Richtungen dreier bestimmten zu einander rechtwinkligen Vektoren vom betrachteten Punkte des Körpers aus bekannt ist.

Es ist dann $w_n \omega_n$ oder α_n der *Vector des Wärmeflusses von P aus nach der Richtung von ω_n für die gegebene Vertheilung der Temperatur*. Denken wir uns von einem Punkte des Körpers aus die Vektoren des Wärmeflusses nach allen möglichen Richtungen für eine gegebene Temperaturvertheilung in ihm, so bilden ihre Endpunkte die Fläche der Vektoren

des Wärmeflusses für den betreffenden Punkt und die zugehörige Temperaturvertheilung.

Wir wollen uns jetzt eine Vertheilung der Temperatur denken, bei der die Temperatur gegeben ist durch die Gleichung

$$t = S \frac{\omega}{\omega_n}.$$

Sie ist dann in jedem Punkte unveränderlich mit der Zeit und in allen Theilen irgend einer Ebene senkrecht zu ω_n dieselbe. Der Wärmefluss nach der Richtung von ω_n im Punkte P oder w_n ist, in diesem Falle, unmittelbar aus der gegebenen Temperaturvertheilung bestimmbar in der Form

$$-k_n d \left(S \frac{\omega}{\omega_n} \right)_{\omega_n} \quad \text{oder} \quad -k_n,$$

wenn k_n die Wärmeleitungsfähigkeit im Punkte P des Körpers nach der Richtung ω_n bezeichnet. Die vorige Gleichung zur Bestimmung von w_n führt mit diesem Ausdrucke für w_n zur Gleichung:

$$k_n = k_1 [S \omega_1 \omega_n]^2 + k_2 [S \omega_2 \omega_n]^2 + k_3 [S \omega_3 \omega_n]^2.$$

Sie lehrt die *Leitungsfähigkeit des Körpers für Wärme* in einem Punkte eines Körpers nach *irgend einer Richtung* berechnen aus den *Leitungsfähigkeiten nach der Richtung der krystallographischen Axen* in diesem Punkte.

In unmittelbarer Nähe der Oberfläche sei als Theilchen des Körpers ein unendlich kleines Tetraeder gedacht, dessen Basis $d\sigma$ in der Grenzfläche des Körpers liegt und dessen im Körper liegende Kanten $x d\varphi(\omega, t)_{\omega_1}$, $y d\varphi(\omega, t)_{\omega_2}$, $z d\varphi(\omega, t)_{\omega_3}$ seien, die nahezu rechtwinklig zu einander sind, da nur unendlich kleine Gestaltsänderungen hier betrachtet werden.

In ähnlicher Weise wie bei der Untersuchung der auf ein Oberflächentheilchen wirkenden elastischen Kräfte und mit demselben Grade der Annäherung ergibt sich dann für die Oberfläche eines Körpers die *Bedingungsgleichung der Temperatur* in der Form:

$$\begin{aligned} k'(t - t') &= k_1 dt_{\omega_1} S U d\varphi_{\omega_1} U V d_x \varphi \psi d_y \varphi \psi \\ &\quad + k_2 dt_{\omega_2} S U d\varphi_{\omega_2} U V d_x \varphi \psi d_y \varphi \psi \\ &\quad + k_3 dt_{\omega_3} S U d\varphi_{\omega_3} U V d_x \varphi \psi d_y \varphi \psi, \end{aligned}$$

in welcher k' der Index der äusseren Wärmeleitungsfähigkeit ist, der im allgemeinen von der Lage des Oberflächenelementes $d\sigma$

der sich berührenden Körper zu den krystallographischen Axen derselben und von ihrer Natur abhängen wird, t' die Temperatur des dem Element $d\sigma$ anliegenden Theils des berührenden Körpers und t die Temperatur von $d\sigma$ ist, während die übrigen Zeichen die frühere Bedeutung haben.

Es ändert sich jedoch dann die Bedingung für die Oberfläche, wenn der Körper sich so bewegt, dass an seiner Oberfläche *Reibung* eintritt. Bezeichnen wir den im Element $d\sigma$ der Oberfläche durch Reibung erzeugten und in Arbeitsmaass gemessenen Betrag an Wärme gerechnet für die Flächen- und Zeiteinheit mit w_r , so wird in diesem Falle die *Grenzgleichung der Temperatur*:

$$\begin{aligned} k'(t - t') + w_r = & k_1 dt_{\omega_1} S U d\varphi_{\omega_1} U V d\xi \varphi \psi d\eta \varphi \psi \\ & + k_2 dt_{\omega_2} S U d\varphi_{\omega_2} U V d\xi \varphi \psi d\eta \varphi \psi \\ & + k_3 dt_{\omega_3} S U d\varphi_{\omega_3} U V d\xi \varphi \psi d\eta \varphi \psi. \end{aligned}$$

Die Grösse w_r hängt von den elastischen Kräften ab, welche auf $d\sigma$ von innen und aussen wirken und von der Beschaffenheit der sich berührenden Körpertheile und ist als eine Function der Zeit und des Vectors von $d\sigma$ anzusehen.

Es muss nun noch der Einfluss derjenigen Wärmemenge auf die Temperaturänderung eines Theilchens bei variabler Gestaltsänderung des Körpers berücksichtigt werden, die durch die letztere erzeugt wird. Diese Wärmemenge gerechnet für die Zeit- und Volumeneinheit sei $w_\varphi(\omega, t)$ oder abgekürzt bezeichnet w_φ . Die Gleichung zur Bestimmung der Temperatur lautet für das Innere des Körpers bei einer Gestaltsänderung $\varphi(\omega, t)$ desselben:

$$s c D_t t = k_1 d^2 t_{\omega_1} + k_2 d^2 t_{\omega_2} + k_3 d^2 t_{\omega_3} + w_\varphi(\omega, t),$$

in welcher die Bedeutung der Zeichen und die Richtung der Vektoren $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ die früher angegeben ist.

Die *Grenzgleichung der Temperatur* bleibt im vorliegenden Falle dieselbe, wie sie ohne Berücksichtigung der durch Gestaltsänderung erzeugten Wärme zuvor hergeleitet ward, weil das wegen dieser Wärme zur vorigen Gleichung hinzutretende Glied $w_\varphi \frac{1}{8} x y z d t$ unendlich klein höherer Ordnung ist, als die übrigen Glieder derselben.

Berlin, den 8. April 1895.

7. Zur Kenntniss der Polarisationscapacität des Quecksilbers; von Willy Lietzau.

(Hierzu Tafel III Fig. 26–28.)

§ 1. Bestimmungen der galvanischen Polarisationscapacität liegen vor hauptsächlich von Varley, F. Kohlrausch, Lippmann, Wietlisbach, Blondlot, Oberbeck, Bouty.

Varley¹⁾ suchte die Electricitätsmenge zu bestimmen, welche eine Zelle von bekannter Polarisation bei der Entladung liefern kann (Entladungsversuch).

Blondlot²⁾ maass die Electricitätsmenge, welche, durch eine ursprünglich ladungslose Zelle geschickt, dieser eine bestimmte electromotorische Kraft ertheilt (Ladungsversuch).

R. Krüger³⁾ schaltete die zu polarisirende Zelle in den Kreis einer galvanischen Batterie und eines Galvanometers ein und maass den ersten Ausschlag des letzteren bei Schluss des polarisirenden Stromes, sowie den übrig bleibenden, nahezu constanten Reststrom. Der Versuch ist also auch ein Ladungsversuch, er wurde verwendet um die Capacität von Platin- und Silberelectroden in verschiedenen Salzlösungen zu messen.

Bouty⁴⁾ stellte sowohl Ladungs- als auch Entladungsversuche an. Seine Versuche unterscheiden sich hauptsächlich dadurch von den Blondlot'schen, dass die Ladungsdauer sowohl wie die Entladungsdauer bei ihm mehrere Secunden betrug, während die Ladungen bei den Blondlot'schen Versuchen sich in einem Bruchtheil einer Secunde vollzogen.

F. Kohlrausch⁵⁾, Wietlisbach⁶⁾ und Oberbeck⁷⁾ bestimmten die Capacität durch ihren Einfluss auf den Verlauf von Wechselströmen.

1) C. F. Varley, Proc. Roy. Soc. of London. 1871.

2) Blondlot, Thèse de docteur. Abgedruckt im Journ. de Phys. (1) 10. p. 277. 1881.

3) R. Krüger, Inaug.-Diss. Greifswald 1889. Beibl. 14. p. 1638.

4) E. Bouty, Ann. chim. et phys. (6) 3. p. 145. 1894.

5) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 148. p. 143. 1873.

6) V. Wietlisbach, Berl. Ber. 1879. p. 278–283. Diss. Zürich. 1879.

7) A. Oberbeck, Wied. Ann. 19. p. 625. 1883; 21. p. 139. 1884.

Endlich ermittelte Lippmann¹⁾ unter der Voraussetzung der Umkehrbarkeit des Polarisationsvorganges die Capacität für Quecksilber auf indirectem theoretischem Wege aus den Curven, welche die Oberflächenspannung als Function der Polarisation darstellen. Berechnungen nach demselben Princip sind für Quecksilber von Bouty²⁾ ausgeführt.

Dagegen liegen directe Bestimmungen über die Polarisationscapacität des Quecksilbers nicht vor, wenn man von einem gelegentlichen Versuch Bouty's³⁾, dessen Methode für Quecksilber der grossen Depolarisationsgeschwindigkeit halber nicht gut passt, absieht. Es ist der Zweck dieser Arbeit, welche vor dem Erscheinen der Bouty'schen begonnen wurde, einige Beiträge zur Ausfüllung dieser Lücke zu liefern.

§ 2. Aus dem oben angeführten Grunde musste eine kurze Versuchsdauer gewählt werden; es lag ferner in dem Plan, dass mit derselben Zelle jedesmal Ladungs- und Entladungsversuche gemacht werden sollten.

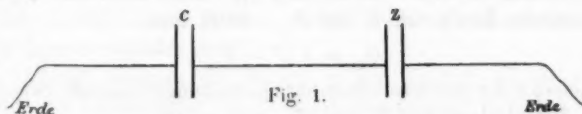
Nach diesen Gesichtspunkten wurde mir folgende Methode von Hrn. Prof. Warburg vorgeschlagen:

1. Ladungsversuch:

Ein Condensator von der Capacität C wird zur Potentialdifferenz V geladen und durch ein ballistisches Galvanometer entladen. Sei Q die von diesem angegebene Electricitätsmenge, so ist

$$(1) \quad Q = C \cdot V.$$

Hierauf wird der Condensator wieder zur Potentialdifferenz V geladen, durch die zu untersuchende Zelle zur Erde theilweise entladen, und darauf der im Condensator zurückgebliebene Rest Q_1 durch das ballistische Galvanometer gemessen.



Während die innere Belegung des Condensators mit dem einen Pol der Zelle in Verbindung ist, gleichen sich die Poten-

1) G. Lippmann, *Ann. chim. et phys.* (5) 5. p. 515. 1875.

2) E. Bouty, *l. c.* p. 179.

3) E. Bouty, *l. c.* p. 198.

tialwerthe der inneren Condensatorbelegung und des mit dieser verbundenen Zellenpoles zu dem gemeinschaftlichen Werthe V_1 aus, für welchen man hat:

$$(2) \quad Q_1 = C V_1.$$

Indem die Electricitätsmenge $Q - Q_1$ durch die Zelle geschickt wurde, ertheilte sie dieser die electromotorische Kraft V_1 . Setzen wir

$$(3) \quad Q - Q_1 = x V_1,$$

so heisse x die mittlere scheinbare Ladungscapacität der Zelle zwischen den electromotorischen Kräften V und V_1 . Es ist nach (1), (2) und (3)

$$(4) \quad x = C \frac{Q - Q_1}{Q_1} \quad V_1 = V \frac{Q_1}{Q}.$$

2. Entladungsversuch:

Ein Condensator von der Capacität C werde zur Potentialdifferenz V geladen und durch das ballistische Galvanometer entladen. Ist Q die von diesem angegebene Electricitätsmenge, so ist

$$(5) \quad Q = C V.$$

Nunmehr wird die Zelle zur Potentialdifferenz V geladen und durch den Condensator theilweise zur Erde entladen (Fig. 1); darauf die in den Condensator hineingegangene Electricitätsmenge am ballistischen Galvanometer gemessen (Q_{11}). Während der eine Zellenpol mit der inneren Condensatorbelegung verbunden war, glichen sich die Potentialwerthe beider zu einem gemeinschaftlichen Werth V_{11} aus, und es ist:

$$(6) \quad Q_{11} = C V_{11}.$$

Indem die Zelle die Ladung Q_{11} verlor, sank ihre electromotorische Kraft von V auf V_{11} . Setzt man

$$(7) \quad Q_{11} = x' (V - V_{11}),$$

so heisse x' die mittlere scheinbare Entladungscapacität zwischen den Potentialwerthen V und V_{11} und es ist

$$(8) \quad x' = C \frac{Q_{11}}{Q - Q_{11}} \quad V_{11} = V \frac{Q_{11}}{Q}.$$

§ 3. Ausführung der Versuche.

1. Ladungsversuch. Ein Tudoraccumulator (Messelement) von bekannter electromotorischer Kraft e wird durch einen

Widerstandskasten geschlossen, aus welchem der Widerstand R eingeschaltet sei. Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten von R , welche den Widerstand r zwischen sich fassen, ist $e \cdot r / R$. Diese regulirbare Potentialdifferenz ist die in Gleichung (1) mit V bezeichnete. Zur Ausführung des Ladungsversuchs construirte ich die Wippe Fig. 26. Dieselbe arbeitet zwischen Quecksilbergruben und Platincontacten, die beiden Ruhestellungen der Wippe mögen durch I und II bezeichnet werden, die Drehpunkte liegen in den Gruben 5 und 6. Bei I ruht die Wippe auf den Quecksilbergruben 1—6, bei II (Fig. 26) auf den Gruben 5—8. Mit 1 und 2 sind zwei Punkte des Hauptstromkreises verbunden, welche durch die Wippe in der Stellung I überbrückt werden; mit 3 und 4 Drähte, welche zu den Enden des Widerstandes r führen, zwischen denen also die Potentialdifferenz V besteht. Mit 5 und 6 sind die Belegungen des Condensators, mit 7 und 8 die Klemmen des Galvanometers verbunden. In der Stellung I wird demnach der Condensator geladen, in der Stellung II wird er in das Galvanometer entladen. (Bestimmung von Q .)

Die Electroden der Zelle sind zunächst mit den Gruben α und β in einem besonderen Paraffinklotze verbunden. Erst wenn Q_1 bestimmt werden soll, wird α und β beziehungsweise mit γ und δ verbunden, wodurch die Pole der Zelle an die Metallstücke A und B angelegt werden. Wird jetzt die Wippe aus der Stellung I in II übergeführt, so lädt sich zunächst, wie im vorigen Fall, der Condensator zur Potentialdifferenz V ; darauf stellen, nachdem die Wippe 3 und 4 verlassen hat, Schleifkontakte, deren eine Enden dauernd mit 5 und 6 verbunden sind, während kurzer Zeit die Verbindung zwischen 5 und A und 6 und B her, wobei der Condensator in die Zelle hinein entladen wird.

Gelangt alsdann die Wippe in die Stellung II , so wird wieder der Condensator durch das Galvanometer entladen (Bestimmung von Q_1). Mittels der Quecksilbergruben 9 und 10, 11 und 12 wird die Zelle in den Ruhestellungen I und II kurz geschlossen. Die Wippe wird durch ein fallendes Gewicht, in der Figur mit G bezeichnet, bewegt. Die Dauer des Versuchs ist aus der Fallzeit des Gewichts auf 0,1 sec. zu schätzen.

2. Entladungsversuch.

Die Metallstücke 1—10 (Fig. 27) sind auf einer Ebonitplatte montirt. Zwischen den ungerade und gerade bezifferten Metallstücken, welche innen mit Platincontacts versehen sind, läuft ein Schlitten S aus Ebonit mit 2 voneinander isolirten, gleichfalls mit Platincontacts versehenen Federn F . Mit 1 und 2 sind die Enden von r , mit 3 und 4 die Pole der Zelle, mit 5 und 6 die Belegungen des Condensators, mit 7 und 8 die Klemmen des Galvanometers, mit 9 und 10 wiederum die Pole der Zelle dauernd verbunden. Zur Bestimmung von Q werden die Quecksilbergruben α und γ , β und δ in der besonderen Paraffinplatte A miteinander verbunden und dadurch, wie aus der Figur ersichtlich ist, Contact zwischen 1 und 3 sowie zwischen 2 und 4 hergestellt, mithin die Potentialdifferenz V an die Zelle angelegt. Kommt der Schlitten aus der Anfangsstellung I , in welcher die Federn F auf 1 und 3 beziehungsweise 2 und 4 schleifen, in die in der Figur gezeichnete Lage, so wird die Potentialdifferenz V an den Condensator angelegt; weiter laufend entlädt der Schlitten, 5 mit 7 und 6 mit 8 verbindend, den geladenen Condensator in das Galvanometer und schliesst gleichzeitig die Zelle durch die Contacts 9 und 10 kurz (Bestimmung von Q). Zur Bestimmung von Q_{11} werden die Verbindungen zwischen α und γ sowie zwischen β und δ aufgehoben und dadurch 1 von 3 und 2 von 4 isolirt. In der Ruhestellung I lädt der Schlitten, 1 mit 3 und 2 mit 4 verbindend, die Zelle zur electromotorischen Kraft V , entlädt sie demnächst in seinem weiteren Lauf, 3 mit 5 und 4 mit 6 verbindend in den Condensator und diesen schliesslich wie vorher in das Galvanometer. Auch hier wurde der Schlitten durch ein fallendes Gewicht G bewegt und konnte die Dauer des Versuchs aus der Fallzeit des Gewichtes auf 0,14 sec. geschätzt werden.

Sämmtliche Drähte der Wippe sowohl als des Schleifcontacts endigten in einem Umschalter, durch welchen die Verbindungen mit den entsprechenden Apparaten hergestellt wurden. Es war hierdurch ermöglicht, beliebig Ladungs- oder Entladungsversuche anzustellen.

Bei allen diesen Versuchen wurde der Condensator C aus Elliott'schen Glimmercondensatoren gebildet, welche 0,05 bis

1 mf.
derar
war
zu 0
einen

wisse
Cond
theor
einen
die
beze
Conc
kann
unte
 Q_1
bind
dere
 $Q =$

darf

wor

und
hab
wer
 $w =$
0,5
Un
gar
0,1

ein
Hr

1 mf. einzuschalten erlaubten. Es standen schliesslich zwei derartige Condensatoren zur Verfügung. Das Galvanometer war ein Elliott'sches, Thomson'scher Construction. 1 mf. zu 0,2 V geladen brachte bei der Entladung durch dasselbe einen Ausschlag von ungefähr 192 Skalentheilen hervor.

§ 4. Für die Versuchsmethode ist es von Interesse zu wissen, in welcher Zeit der Ausgleich des Potentials zwischen Condensatorbelegung und Zellenpol erfolgt. Diese Zeit kann theoretisch bestimmt werden. Man denke sich die Zelle durch einen Condensator von der Capacität C_2 ersetzt, und es möge die Capacität des ersten Condensators (C in Fig. 1) durch C_1 bezeichnet werden. Da die Verbindung zwischen Zelle und Condensator durch kurze gerade Leiter hergestellt wurde, so kann man die Selbstinduction vernachlässigen. Bezeichnet man unter dieser Voraussetzung die Ladungen von 1 und 2 mit Q_1 resp. Q_2 , den galvanischen Widerstand des 1 und 2 verbindenden Leiters, in welchen bei den Versuchen mit der Zelle deren Widerstand mit einzurechnen ist, durch w , und setzt $Q = Q_1 + Q_2$, so ist:

$$w \frac{dQ_1}{dt} + Q_1 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{Q}{C_2},$$

daraus folgt

$$Q_1 = Q_1^0 e^{-\frac{t}{\theta}} + Q \frac{C_1}{C_1 + C_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}} \right),$$

worin

$$\theta = cw$$

$$c = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

und Q_1^0 die Anfangsladung von 1 bedeutet. Nach 4,6 . θ Sec. haben die Condensatoren ihre definitiven Ladungen bis auf weniger als 1 Proc. derselben angenommen. Setzt man $w = 100 \Omega = 10^{11}$, $C_1 = C_2 = 1 \text{ mf.} = 10^{-15}$, so wird $\theta = 0,5 \cdot 10^{-4}$ Sec. Wächst, während immer $C_1 = 1 \text{ mf.}$, C_2 bis Unendlich, so nähert sich θ dem Werth 10^{-4} Sec. Der ganze Weg der Wippe oder des Schlittens nahm nach § 3 0,1 resp. 0,14 Sec. in Anspruch.

§ 5. Zur Prüfung der Methode wurde die Zelle durch einen Condensator (mf.) von der Capacität x ersetzt, welchen Hr. Prof. Lehmann in Karlsruhe freundlichst zur Ver-

fügung stellte. Wurde der Elliott'sche Condensator als richtig angenommen, so ergab sich aus der Messung der Ladungen, welche durch dieselbe Potentialdifferenz den Condensatoren C und x ertheilt wurde, $x = 0,994$ mf. Es wurde nun x nach der Methode des § 3 gemessen, indem V und C variiert wurden. Es ergab sich

C in mf.	V in Volt	Q	Q_1	x
1,0	0,2	192	98	0,960
0,5	0,4	193	66,7	0,945
0,25	0,5	120,6	25,8	0,918

Wie man sieht, ergibt sich x fehlerhaft um 4—8 Proc. Als der die Condensatoren verbindende kurze Draht von $0,023 \Omega$ Widerstand durch eine Widerstandsrolle von $10,95 \Omega$ ersetzt wurde, wodurch die Ladungszeit um mehr als das 450fache wuchs, ergaben sich dieselben Werthe und mancherlei Controllversuche ergaben, dass die Wippe richtig functionirte und überhaupt Versuchsfehler nicht im Spiel waren.

§ 6. Es schienen nun die Abweichungen zwischen dem wahren Werth von x und dem Werthe, welchen die angewandte Methode für diese Grösse lieferte, durch den electrischen Rückstand erklärt werden zu können. Wenn nämlich der Condensator C in x hinein entladen und dadurch in C das Potential von V auf V_1 herabgesetzt wird, so wird alsbald in C ein Rückstand R zum Vorschein kommen, welcher in das Galvanometer hinein mit entladen wird. Trägt man diesem Umstande Rechnung und bezeichnet immer durch Q_1 die vom ballistischen Galvanometer angegebene Ladung, so ist in den Formeln 2—4 $Q_1 - R$ für Q_1 zu setzen, so dass man erhält

$$(10) \quad \begin{cases} Q = CV \\ Q_1 - R = CV_1 \\ Q - (Q_1 - R) = x \cdot V_1 \end{cases}$$

woraus

$$(11) \quad x = C \frac{Q - (Q_1 - R)}{Q_1 - R}.$$

Den Rückstand R setzen wir

$$(12) \quad R = \rho C(V - V_1),$$

wo ρ eine Constante bedeutet. Aus (12) folgt mittels (10)

$$R = \frac{\rho}{1-\rho} (Q - Q_1); \quad Q_1 - R = \frac{Q_1 - \rho Q}{1-\rho};$$

damit wird

$$(4a) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = C \frac{Q - Q_1}{Q_1 - \rho Q} \\ V_1 = V \frac{Q_1 - \rho Q}{Q(1-\rho)} \\ \rho = \frac{Q_1(1+\delta) - Q}{Q \cdot \delta} \end{array} \right.$$

wo $(x/C) = \delta$ gesetzt ist.

Um die gemachte Annahme zu prüfen, wurde zunächst aus den drei oben mitgetheilten Versuchen ρ berechnet, welches sich constant ergeben sollte.

Man erhält die Werthe:

$$0,021; \quad 0,018; \quad 0,017.$$

Das Mittel ist 0,019. Berechnet man mittels dieses Werthes x , so erhält man folgende Zusammenstellung:

$$\rho = 0,019 \quad x = 0,994$$

C	V	Q	Q_1	ρQ	x	Δ
1	0,2	192	98	3,6	0,996	+0,002
0,5	0,4	193	66,7	3,7	1,002	+0,008
0,25	0,5	120,6	25,8	2,3	1,001	+0,007

Die Abweichungen Δ der berechneten Werthe x von dem wahren Werthe belaufen sich nur auf 2—8 pro Mille. Die aus dem Rückstand sich ergebende Correction wird procentisch um so grösser, je grösser Q/Q_1 ist, dessen genäherter Werth $x/C + 1$ ist. Man wird also, um die immerhin unsichere Correction möglichst klein zu machen, C möglichst gross im Verhältniss zu x machen, eine Forderung, der allerdings nicht immer in der wünschenswerthen Weise Rechnung getragen werden konnte, da die zu messenden Polarisationscapacitäten ziemlich gross waren und für C keine grössere Capacität als 2 mf. zur Verfügung stand.

Auch den Entladungsversuch wird die Rückstandsbildung beeinflussen, indem, wenn der Condensator C durch die Zelle

zum Potential V_{11} geladen wird, alsbald ein Rückstand $R = \rho C V_{11}$ sich bildet, welcher dem Galvanometer verloren geht.

Bezeichnet man wieder durch Q_{11} die vom ballistischen Galvanometer angegebene Ladung, so treten an die Stelle der Gleichungen (5) bis (7) die neuen

$$Q = C V; \quad Q_{11} + R = C V_{11} \\ x' \cdot (V - V_{11}) = Q_{11} + R.$$

An Stelle der Gleichungen (8) treten:

$$(8a) \quad x' = C \frac{Q_{11}}{Q - Q_{11} - Q \cdot \rho}, \quad \frac{V_{11}}{V} = \frac{Q_{11}}{Q(1 - \rho)}.$$

Nach den Gleichungen (4a) und (8a) wurden die folgenden Versuche berechnet.

§ 7. Zunächst theile ich einige nach der besprochenen Methode angestellte Versuche über Polarisationscapacitäten mit, welche schon von anderen Beobachtern nach anderen Methoden bestimmt sind und zwar zunächst einige Versuche über die von Bouty gemessene Capacität von Platinelectroden in Natriumnitrat.

In eine Krystallisationsschale von 15 cm Durchmesser wurde eine Platinplatte von ungefähr 6600 qmm einfacher Oberfläche gelegt und dieser als kleine Electrode ein Platindraht 7,65 mm lang, 0,41 mm dick, von 10 qmm Oberfläche in ungefähr 1 cm Entfernung gegenübergestellt. Dann ist nach Lippmann und Blondlot die Polarisation der grossen Electrode zu vernachlässigen und man erhält die der kleinen Electrode entsprechende Capacität. Den Entladungsversuch betreffend bemerke ich, dass mit zunehmender Dauer des polarisirenden Stromes die scheinbare Entladungscapacität zunächst zunimmt, dass aber von etwa 2 sec ab eine weitere Zunahme der Dauer des polarisirenden Stromes keinen Einfluss mehr hat. So erhielt ich, wenn t die Dauer des polarisirenden Stromes bedeutet, folgende Werthe für Q_{11} .

	t	sehr klein	1 sec	2 sec	3 sec	4 sec
$V = 0,05 \text{ V.}$ $C = 2 \text{ mf.}$	Q_{11}	36	43	45	46	46
$V = 0,1 \text{ V.}$ $C = 2 \text{ mf.}$	Q_{11}	75	90	95	95	95

Bei den folgenden Versuchen wurde t nie kleiner als 2 sec gewählt (vgl. § 10).

Die sämtlichen Versuche wurden mit verschiedenen Werthen von V und C gemacht, und zwar so, dass man mit den kleinsten Werthen von V beginnend zu den grössten hinaufging und dann wieder in derselben Reihenfolge zu den kleinsten hinabging. Die Versuchsergebnisse sind in der folgenden Tabelle enthalten. Die Versuche wurden 14 Stunden nach Ansetzen der Zelle gemacht, da zuerst die Capacität mit der Zeit stark veränderlich ist.¹⁾ Es werde die Polarisation kathodisch oder anodisch genannt, je nachdem die kleine Electrode für den polarisirenden Strom Kathode oder Anode war.

Tabelle I.

NaNO_3 , 0,2 g-Aeq. im Liter, Pt-Electroden, $s = 10$ qmm, $S = 6600$ qmm.
Kathodische Polarisation.

V	C	Ladung		Entladung	
		Q	Q_1	Q	Q_{11}
0,05	2,0	96	48,5	95	40
0,1	2,0	193,5	97,5	191,5	83
0,2	1,0	193,5	67	191,5	116,5
0,4	0,5	193,5	40	191,5	133
0,5	0,4	193,5	33	191,5	132
0,4	0,5	193,5	40,5	191,5	134
0,2	1,0	193,5	67	191,5	116
0,1	2,0	193,5	97	191,5	83
0,05	2,0	96	48,5	95	41

Wie man sieht, stimmen die Zahlen, welche unter gleichen Bedingungen erhalten wurden, hinreichend überein, woraus hervorgeht, dass im Laufe der Versuchsreihe die Zelle ihre Beschaffenheit nicht merklich geändert hat. In nachstehender Tabelle sind die Mittelwerthe verzeichnet, und es sind die Capacitäten nach den Formeln (4a) und (8a) des § 6 berechnet, indem $\rho = 0,019$ gesetzt ward. Mit x_1 ist die Capacität pro Quadratcentimeter bezeichnet.

Bei den Ladungsversuchen wurde nach Tabelle II der Zelle eine electromotorische Kraft E_1 von 0,025 bis 0,077 Volt ertheilt. Bezeichnet man die Capacität x für ein sehr

1) Bouty l. c. p. 202.

kleines V_1 , Blondlot folgend, als die scheinbare Ladungsinitialcapacität, so werden die beobachteten Ladungscapacitäten etwa dieser entsprechen. Nach Blondlot nimmt die vom Einfluss der Depolarisation befreite Capacität mit wachsender electromotorischer Kraft für Platin zu; doch finden sich bei Blondlot keine Angaben darüber, von welchem Werthe der Polarisation an die Capacität anfängt, sich merklich von der Initialcapacität zu entfernen.

Tabelle II.

NaNO_3 , 0,2 g-Aeq. im Liter, Pt-Electroden, $s = 10$ qmm, $S = 6600$ qmm.
Kathodische Polarisation.

V	C	Ladung					Entladung				
		Q	Q ₁	x	x ₁	V ₁	Q	Q ₁₁	x'	x ₁ '	V ₁₁
0,05	2,0	96	48,5	2,02	20,2	0,025	95	40,5	1,54	15,4	0,022
0,1	2,0	193,5	97,3	2,06	20,6	0,049	191,5	83	1,58	15,8	0,044
0,2	1,0	193,5	67	2,00	20,0	0,067	191,5	116,3	1,62	16,2	0,124
0,4	0,5	193,5	40,3	2,10	21,0	0,077	191,5	133,5	1,23	12,3	0,234
0,5	0,4	193,5	33	2,19	21,9	0,070	191,5	132	0,98	9,8	0,352

Die Entladungsversuche liefern kleinere Capacitäten als die Ladungsversuche, besonders kleine, wenn die Zelle zu höherer electromotorischer Kraft (0,4—0,5 Volt) polarisirt wird. Die Ursache hiervon liegt jedenfalls zum Theil darin, dass die electromotorische Kraft einer polarisirten Zelle, deren Pole isolirt sind, durch nicht umkehrbare Vorgänge an den Electroden abnimmt, ein Vorgang, welchen wir nach Blondlot als freiwillige Depolarisation bezeichnen wollen (Dépolarisation spontanée). Dieser Vorgang wird die Capacitätsbestimmungen in derselben Weise beeinflussen, wie eine schwache Leitung der isolirenden Zwischenschicht eines Condensators die Capacitätsbestimmung des letzteren, d. h. die Capacität wird beim Ladungsversuch grösser erscheinen müssen als beim Entladungsversuch.

Um ein Urtheil über die Schnelligkeit der freiwilligen Depolarisation zu gewinnen, wurde beim Entladungsversuch der Werth Q_{11} bestimmt, indem man nach Loslösung der Zelle von der polarisirenden Kraft bis zur Entladung in den Condensator kürzere oder längere Zeit t verstreichen liess. So ergab sich:

V in Volt	0,05	0,1	0,2	0,4	0,5
Q_{11} für $t = 1''$	50	99	128	117	118
Q_{11} „ $t = 2''$	48	98	118	91	95

Diese Zahlen zeigen, dass entsprechend den Ergebnissen für die Entladungscapacität die freiwillige Depolarisation in den ersten Secunden für $V=0,05$ bis $0,1$ Volt nicht bedeutend ist, für $V=0,4$ und $0,5$ Volt erheblich wird.

Auch eine dem Condensatorrückstand entsprechende Erscheinung zeigt sich bei der polarisirten Zelle, was für einige Fälle schon lange bekannt ist, für andere Fälle von Bouty neuerdings gezeigt wurde. Von dieser Erscheinung sowie auch von der freiwilligen Depolarisation gibt die Anschauungsweise, nach welcher der Polarisationsstrom ein electrische Zersetzungsproducte liefernder Leitungsstrom ist, in einfacher Weise Rechenschaft. Ohne darauf hier einzugehen, bemerken wir, dass auch die Rückstandsbildung die Ladungscapacität grösser erscheinen lässt als die Entladungscapacität.

Nun vollziehen sich sowohl freiwillige Depolarisation wie Rückstandsbildung in je nach Umständen mehr oder weniger langer Zeit, während man die Ladungs- und Entladungszeiten jedenfalls sehr klein machen kann. Man kann daher von der wahren Capacität der Zelle reden als derjenigen, welche der Versuch in dem Falle liefern würde, dass während der Ladungs- und Entladungszeiten freiwillige Depolarisation und Rückstandsbildung zu vernachlässigen sind, welche er, kurz gesagt, für unendlich kleine Ladungs- und Entladungszeiten liefern würde. Macht man nun die weitere Voraussetzung, dass die Polarisation ein umkehrbarer Process ist, so kommt man zu dem Schluss, dass die wahre Capacität zwischen der scheinbaren Ladungs- und Entladungscapacität liegt, wenn diese für dieselben Werthe der electromotorischen Kraft bestimmt ist. Bei der Angabe dieser Grenzen sind in Folgendem nur die Resultate berücksichtigt worden, welche mit Condensatorcapacitäten von 1—2 mf. erhalten wurden, theils weil für diese Fälle die Zellenpotentiale, V_1 und V_{11} am kleinsten sind, besonders aber deshalb, weil nach § 6 die Versuche mit kleinen Condensatorcapacitäten unzuverlässige Werthe geben.

Bei den Entladungsversuchen wurden, wenn eine entschiedene, auf der freiwilligen Depolarisation beruhende Abnahme der scheinbaren Capacität mit wachsendem V zu Tage trat, nur die den kleinsten V -Werthen entsprechende Capacität berücksichtigt. Die Werthe von x_1 und x' , welche bei der Angabe der Grenzen unberücksichtigt blieben, sind in den Tabellen jedesmal durch einen Strich von den übrigen getrennt. Demnach führen die Ergebnisse der Tabelle II zu dem Schlusse, dass die wahre Initialcapacität für Platin in wässriger Lösung von NaNO_3 , 0,2 g-Aeq. im Liter, zwischen 15,8 und 20,4 mf./qcm liegt.

Eine ähnliche Versuchsreihe wurde mit einer anderen Platinelectrode angestellt; die folgende Tabelle, in welcher nur die Endwerthe x_1 , x'_1 , V_1 , V_{11} aufgenommen sind, enthält die Ergebnisse:

Tabelle III.

NaNO_3 , 0,2 g-Aeq. im Liter, Pt-Electroden, $s = 7,67$ qmm, $S = 2700$ qmm.
Kathodische Polarisation; 16 Stunden nach Ansetzen.

V	C	Ladung		Entladung	
		x_1	V_1	x'_1	V_{11}
0,05	2,0	25,4	0,025	20,6	0,022
0,1	2,0	25,3	0,051	20,6	0,041
0,2	1,0	25,3	0,067	23,6	0,128
0,4	0,5	25,8	0,080	24,1	0,204
0,5	0,4	25,4	0,081	16,3	0,354

Für diese Electroden würde die wahre Initialcapacität in wässriger Lösung von NaNO_3 (0,2 g-Aeq. im Liter) zwischen 21,6 und 25,3 mf./qcm liegen. Bouty giebt hierfür 17,8 mf./qcm an. Ob dieser Werth auch durch Entladungsversuche gewonnen wurde, ist aus der Arbeit von Bouty nicht zu ersehen.

§ 8. Verschiedene Beobachter haben Angaben gemacht über die Veränderlichkeit der Polarisationscapacität des Platins mit der Zeit, welche seit dem Ansetzen der Zelle vergangen ist. Meine diesbezüglichen Beobachtungen stimmen im allgemeinen mit jenen Angaben überein. Entsprechend einer Angabe von Bouty fand ich, dass frische Zellen stets unregelmässige Resultate liefern; es schien mir, um die Zeitdauer

unregelmässigen Verhaltens abzukürzen, zweckmässig, die Zelle nach dem Zusammensetzen erst einige Male zu polarisiren und zu entladen und sie dann etwa 24 Stunden sich selbst zu überlassen. Frisch geglühtes Platin zeigte in verdünnter Schwefelsäure, entsprechend den Angaben Blondlot's, eine viel grössere Ladungscapacität als nach längerem Verweilen in der Flüssigkeit. So ergab sich, wenn t die seit dem Ansetzen der Zelle vergangene Zeit in Stunden bedeutet, für Lippmann'sche Schwefelsäure

$$s = 10 \text{ qmm} \quad S = 6600 \text{ qmm.}$$

		t	0	16	22	34	40	64
$V = 0,05$ 0,1	$C = 2 \text{ mf.}$	x_1	46,8	28,1	26,9	26,9	23,4	22,1
	2	x_1	46,8	28,8	27,2	27,3	23,8	22

Bei einem anderen Versuch mit derselben Electrode erhielt ich:

		t	0	1	3	75
$V = 0,05$ 0,1	$C = 2 \text{ mf.}$	x_1	59,4	46,8	42,4	27,0
	2	x_1	60,2	47,3	42,8	26,6

Nicht nur die scheinbare Ladungscapacität, sondern auch die scheinbare Entladungscapacität nimmt um so mehr ab, je länger das Platin in der Flüssigkeit verweilt.

		t	0	13
$V = 0,05$ 0,05	$C = 2 \text{ mf.}$	x_1	59,4	31,2
	2	x_1'	41,6	26
$V = 0,1$ 0,1	2	x_1	60,2	31,2
	2	x_1'	46,6	25,6

Also auch die wahre Initialcapacität nimmt mit der Zeit ab. Bouty¹⁾ macht dieselbe Angabe, ohne indessen zahlenmässige Resultate mitzutheilen.

§ 9. Die folgende Tabelle enthält eine vollständige Versuchssreihe mit Platinelectroden in Lippmann'scher Schwefelsäure, 14 Stunden nach dem Ansetzen der Zelle; es sind nur die Resultate (x_1 ; x_1' ; V_1 ; V_{11}) für die verschiedenen Fälle verzeichnet.

1) Bouty, l. c. p. 202.

Tabelle IV.

Verdünnte Schwefelsäure 1 Vol. H_2SO_4 . 6 Vol. H_2O . Pt-Electroden,
 $s = 10$ qmm, $S = 6600$ qmm. Kathodische Polarisation.

V	C	Ladung		Entladung	
		x_1	V_1	x_1'	V_{11}
0,05	2,0	13,2	0,081	13,0	0,02
0,1	2,0	13,4	0,060	14,2	0,04
0,4	0,5	15,3	0,098	11,4	0,27
0,5	0,4	16,1	0,099	8,9	0,35

Auch hier zeigt sich die Abnahme der scheinbaren Entladungscapacität, wenn Kräfte von 0,4—0,5 Volt benutzt werden. Für kleine Kräfte bis 0,1 Volt stimmen scheinbare Ladungs- und Entladungscapacität beinahe überein. Die wahre Initialcapacität würde 13,5 betragen. Dieselbe ist erheblich kleiner als die im vorigen Paragraphen mitgetheilten Werthe, welche für den Fall längeren Verweilens sich auf 22—27 mf./qcm belaufen. Auch andere Beobachter haben für die fragliche Grösse sehr verschiedene Werthe gefunden. Blondlot findet für Lippmann'sche Schwefelsäure und Platinelectroden, frisch gegläht, $x = 31,1$ mf./qcm; nach mehrwöchentlichem Verweilen in der Säure 7,8. Bouty findet für verdünnte Schwefelsäure, welche 1 g-Aeq. Schwefelsäure im Liter enthielt (etwa $\frac{1}{5}$ so viel als die von Lippmann benutzte Flüssigkeit) für zwei Electroden:

	1 Tag	2	4	5	7	8	10
Elect. I	27,6	29,5	24,5	21	32,6	30,2	31,5
„ II	—	—	$\left\{ \begin{smallmatrix} 24,2 \\ 34,6 \end{smallmatrix} \right\}$	—	—	35,6	35,1

und bemerkt, dass die fragliche Grösse zuweilen ziemlich capriciösen und ohne bemerkbare Ursache sich vollziehenden Veränderungen unterworfen sei.

§ 10. Zum Quecksilber übergehend bemerken wir zunächst, dass, wenn ein Electrolyt sich in einem Capillarrohr über einem Quecksilbermaniscus befindet, nicht nur dieser, sondern auch ein Theil der an der Glaswand liegenden cylindrischen Quecksilberoberfläche unbekannter Grösse benetzt wird.¹⁾

1) Bouty, l. c. p. 198.

Benutzt man also eine derartige Quecksilberfläche als Electrode, so ist deren Oberfläche unbekannt, und die Capacität der Flächeneinheit kann nicht berechnet werden. Nun verhält sich bekanntlich amalgamirtes Platin electromotorisch wie Quecksilber, kann doch in den Clarkelementen amalgamirtes Platin anstatt des Quecksilbers benutzt werden. Daher wurden amalgamirte Platindrähte, deren Oberfläche durch das Mikroskop genau bestimmt war, angewandt; das Amalgamiren geschah durch Behandeln des Platins mit Natriumamalgam, wobei das Natrium durch Spülen mit Wasser sorgfältig entfernt wurde.

Die angewandten Zellen waren entweder wie die in § 7 beschriebenen eingerichtet, wobei die grosse Platinplatte durch eine grosse Quecksilberfläche ersetzt war, oder, wenn es sich darum handelte, den Einfluss des Luftgehalts zu ermitteln, so gebaut, wie Fig. 28 zeigt.

Der Platindraht ist in das Glasrohr *g* eingeschmolzen und dieses mittels eines Kahlbaum'schen Quecksilberschliffes in das Glasrohr *G* von 5 mm Durchmesser eingesetzt; so konnte man den Draht, um ihn neu zu amalgamiren, bequem herausnehmen. Für die Untersuchungen mit einem Quecksilbermeniscus war der Schliff durch eine direct an der Biegung angeschmolzene Capillare von ungefähr 0,9 mm Durchmesser ersetzt. Die grosse Electrode war die Quecksilberfläche *Q* von 22 mm Durchmesser. Vergrösserte man den Widerstand der Zelle, indem man den Platindraht in dem engen Glasrohr *G* zurückzog und dadurch eine Flüssigkeitssäule von kleinem Querschnitt einschaltete, so wurden die Versuchsergebnisse nicht geändert, zum Beweise, dass die Contactdauer gross genug war, um den Ausgleich der Potentiale zu gestatten (§ 5).

Bei einigen Versuchen mit dieser Zelle wurde anstatt des amalgamirten Platindrahtes eine kleine Quecksilberelectrode angewandt, welche qualitativ die gleichen Ergebnisse lieferte; diese Versuche sind im Folgenden nicht mitgetheilt, weil die Reduction auf die Flächeneinheit nach dem Obigen nicht ausgeführt werden konnte. Unter Quecksilberelectroden sind im Folgenden stillschweigend amalgamirte Platindrähte verstanden.

§ 11. Auch die Quecksilberelectroden zeigten erst etwa 24 Stunden nach dem Ansetzen der Zelle ein constantes Ver-

halten. So ergab sich die Ladungsinitialcapacität für den Fall von Quecksilberelectroden in MgSO_4 , 0,05 g-Aeq. im Liter, wenn t in Tagen die Zeit nach dem Ansetzen bedeutet:

t	0	1	2	3	4	5	6
x	2,98	3,50	3,21	3,21	3,56	3,56	3,56

Die Aenderungen sind hier im allgemeinen nicht so bedeutend wie beim Platin. Beim Entladungsversuch nehmen, wie beim Platin (§ 7), mit zunehmender Dauer des polarisirenden Stromes die scheinbaren Capacitäten zunächst zu, aber von etwa 2 sec ab hat eine weitere Zunahme der Dauer des Stromes auf die Capacität keinen merklichen Einfluss mehr. So ergab sich, wenn t die Dauer des polarisirenden Stromes in Secunden bedeutet, für Quecksilber in MgSO_4 :

Quecksilbermeniscus.

t	sehr klein	1	2	3	4
Q_1	25	44,6	45,6	45,5	45,6

Die Ladungsversuche verliefen regelmässiger und übereinstimmender als die Entladungsversuche, jedenfalls weil bei jenen niemals grössere Electricitätsmengen durch die Zellen geschickt wurden. Aus diesem Grunde störte die Einschaltung eines Entladungsversuches in die Reihe der Ladungsversuche die letzteren, welche daher stets vor Beginn der Entladungsversuche beendet wurden.

§ 12. Um den Unterschied zwischen Platin- und Quecksilberelectroden möglichst deutlich hervortreten zu lassen, stellte ich die in den §§ 7 und 9 beschriebenen Versuche noch einmal an, nachdem ich den Platindraht amalgamirt und die grosse Platinfläche durch eine Quecksilberfläche ersetzt hatte. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle (V, p. 355) enthalten.

Während also im Fall des Platins die scheinbaren Ladungs- und Entladungscapacitäten für kleine electromotrische Kräfte einander ziemlich nahe kommen, ist im Fall der Quecksilberelectroden die grösste beobachtete Entladungscapacität bei NaNO_3 nur etwa die Hälfte, bei H_2SO_4 nur etwa $\frac{1}{3}$ der kleinsten beobachteten Ladungscapacität. Damit geht parallel eine

sehr bedeutende Geschwindigkeit der freiwilligen Depolarisation. Schon bei $V = 0,05$ Volt fiel bei den Depolarisationsversuchen nach Art der im § 8 beschriebenen Q_{11} von 48 auf ungefähr 24, wenn zwischen dem Oeffnen des polarisirenden Stromes und der Entladung der Zelle in den Condensator 2 sec anstatt 1 sec verstrichen. Uebrigens konnten wegen der grossen Geschwindigkeit der freiwilligen Depolarisation bei Quecksilber hier constante Zahlen nicht erhalten werden, was bei Platin stets ohne Schwierigkeit gelang.

Tabelle V.

$\delta = 10$ qmm amalgamirter Platindraht, $S = 27668$ qmm.

Kathodische Polarisation.

V	C	NaNO ₃ 2 g-Aeq. im Liter				H ₂ SO ₄ 1 Vol. H ₂ SO ₄ 6 Vol. H ₂ O			
		Ladung		Entladung		Ladung		Entladung	
		x_1	V_1	x'_1	V_{11}	x_1	V_1	x'_1	V_{11}
0,05	2,0	107	0,0079	52,2	0,076	183	0,0049	48,9	0,034
0,1	2,0	100	0,0166	48,2	0,071	152	0,0116	42,4	0,067
0,2	1,0	105	0,0174	33,9	0,154	144	0,0129	47,6	0,165
0,5	0,4	107	0,0176	12,0	0,282	147	0,0125	27,9	0,338

Nach der Betrachtung des § 7 würde nach Tabelle V die wahre Initialcapacität von Quecksilberelectroden in der benutzten NaNO₃-Lösung zwischen 50,2 und 106, in der benutzten Schwefelsäurelösung zwischen 44,6 und 160 mf./qcm liegen.

§ 13. Versuche derselben Art wurden mit MgCl₂ und MgSO₄ gemacht. Die Lösungen enthielten 0,05 g-Aeq. im Liter. Die Capacitätsbestimmungen wurden in den Apparaten ausgeführt, welche den Einfluss des Evacuierens zu bestimmen erlaubten. In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse verzeichnet, welche nicht evacuirte Zellen gaben. Es sind hier gleich die auf das Quadratcentimeter reducirten Capacitäten angegeben; der benutzte amalgamirte Platindraht war 14 mm lang, 0,278 mm dick, hatte also eine Oberfläche von 0,123 qcm. Ausserdem sind noch die Werthe V_1 und V_{11} in die Tabellen aufgenommen; es wurden mit den angegebenen Werthen von V stets dieselben Capacitäten wie bei den Versuchen des § 12 combinirt.

Tabelle VI.

MgCl₂ 0,05 g-Aeq. im Liter. $s = 12,29$ qmm, $S = 380$ qmm.
Amalgamirter Platindraht.

V	C	Anodisch				Kathodisch			
		Ladung		Entladung		Ladung		Entladung	
		x_1	V_1	x_1'	V_{11}	x_1	V_1	x_1'	V_{11}
0,05	2,0	113,9	0,006	64,2	0,040	132,5	0,006	50,2	0,038
0,1	2,0	111,3	0,013	40,7	0,074	132,5	0,011	41,3	0,072
0,2	1,0	112,1	0,013	19,3	0,148	122,1	0,013	20,6	0,143
0,4	0,5	93,6	0,017	6,4	0,243	115,0	0,016	7,5	0,259
0,5	0,4	96,1	0,016	9,5	0,291	108,3	0,015	6,3	0,329

MgSO₄ 0,05 g-Aeq. im Liter.

0,05	2,0	44,0	0,013	11,0	0,020	37,5	0,015	11,2	0,020
0,1	2,0	42,6	0,028	10,0	0,038	40,8	0,028	14,2	0,047
0,2	1,0	43,4	0,031	8,1	0,104	55,6	0,030	15,2	0,130
0,4	0,5	44,2	0,034	4,0	0,198	45,0	0,033	6,6	0,250
0,5	0,4	46,2	0,033	2,8	0,230	49,0	0,031	4,4	0,288

Bemerkungen zu den vorstehenden Tabellen:

Ueberall zeigt sich, wie bei den Versuchen der §§ 7 und 12 eine erhebliche Abnahme der scheinbaren Entladungscapacität für grössere Kräfte; ausserordentlich gross ist die Abnahme für den Fall des MgCl₂. Die folgende Tabelle VII enthält die aus Tabelle VI nach der Rechnungsweise des § 7 sich ergebenden Grenzen \bar{x}_1 und \bar{x}_1' , zwischen welchen die wahre Initialcapacität eingeschlossen ist. In die Tabelle sind auch die Resultate der entsprechenden Versuche mit luftfreien Zellen aufgenommen.

Tabelle VII.

		MgCl ₂		MgSO ₄	
		\bar{x}_1	\bar{x}_1'	\bar{x}_1	\bar{x}_1'
Luft-haltig	Anode	112,4	64,2	43,3	10,5
	Kathode	129,0	50,2	44,6	13,5
Luft-frei	Anode	93,1	50,2	37,5	12,8
	Kathode	99,8	116,4	40,5	16,2

Die scheinbare Ladungscapacität ist hiernach für die luft-haltigen Zellen etwas grösser als für die luftfreien. Ueber diesen Punkt wurde noch ein besonderer Versuch gemacht,

indem eine mit dem benutzten MgSO_4 gefüllte Zelle erst luft-haltig dann luftfrei und dann abermals lufthaltig untersucht wurde, nachdem man sie nämlich heftig mit Luft geschüttelt hatte. Es ergab sich dabei folgendes Resultat:

Tabelle VIII.

MgSO_4 . Amalgamirter Platindraht. $s = 12,29$ qmm, $S = 380$ qmm.
Anodische Polarisation.

V	C	Luftaltig				Luftfrei				Luftaltig			
		Ladung		Entlad.		Ladung		Entlad.		Ladung		Entlad.	
		x_1	V_1	x_1'	V_{11}	x_1	V_1	x_1'	V_{11}	x_1	V_1	x_1'	V_{11}
0,05	2,0	33,0	0,019	16,6	0,023	28,9	0,020	21,8	0,026	38,0	0,018	20,8	0,026
0,1	2,0	34,2	0,036	18,3	0,048	28,1	0,041	24,4	0,055	35,4	0,034	20,5	0,051
0,2	1,0	36,8	0,042	16,9	0,133	29,7	0,050	28,0	0,148	40,0	0,039	17,0	0,121
0,4	0,5	39,0	0,045	14,3	0,298	30,8	0,055	9,5	0,356	47,9	0,038	5,8	0,298
0,5	0,4	43,3	0,041	9,3	0,352	31,4	0,056	5,0	0,403	41,1	0,042	8,1	0,299

	\bar{x}_1	\bar{x}_1'
Luftaltig	34,7	17,3
Luftfrei	28,9	24,7
Luftaltig	37,8	20,7

Es bestätigt sich also die bezüglich des Einflusses der Luft auf die scheinbare Ladungscapacität gemachte Bemerkung.

Die scheinbaren Ladungscapacitäten sind ferner für die kathodische Polarisation etwas grösser (Tab. VII) als für die anodische. Die scheinbare Ladungscapacität ist für das Chlorid 1,4—1,8, für das Sulfat 2—4 mal grösser als die scheinbare Entladungscapacität für kleine Werthe von V gefunden worden. Endlich ist die wahre Initialcapacität für das Chlorid erheblich grösser als für das Sulfat.

§ 14. Versuche derselben Art wurden mit NaCl und Na_2SO_4 gemacht, wobei wieder 0,05 g-Aeq. im Liter sich befanden.

Die Ergebnisse für lufthaltige Zellen sind wie im vorigen Paragraphen in Tabelle IX zusammengestellt.

Tabelle IX.

NaCl 0,05 g-Aeq. im Liter. $s = 12,29$ qmm, $S = 380$ qmm.
Amalgamirter Platindraht.

V	C	Anodisch				Kathodisch			
		x_1	V_1	x_1'	V_{11}	x_1	V_1	x_1'	V_{11}
0,05	2,0	40,0	0,019	33,1	0,034	38,1	0,020	23,0	0,029
0,1	2,0	44,7	0,027	24,2	0,060	43,3	0,027	17,2	0,051
0,2	1,0	47,4	0,029	8,68	0,104	44,8	0,031	9,8	0,119
0,4	0,5	46,1	0,032	1,73	0,119	43,8	0,034	1,7	0,117
0,5	0,4	48,5	0,032	1,30	0,149	45,2	0,034	1,4	0,128

Na₂SO₄ 0,05 g-Aeq. im Liter.

0,05	2,0	37,6	0,015	18,5	0,027	31,8	0,017	20,0	0,035
0,1	2,0	35,8	0,031	19,0	0,054	31,8	0,034	21,8	0,170
0,2	1,0	35,4	0,037	20,0	0,141	33,7	0,038	20,4	0,164
0,4	0,5	34,6	0,042	10,5	0,287	31,0	0,046	11,0	0,239
0,5	0,5	37,6	0,045	8,2	0,382	31,1	0,047	8,0	0,254

Daraus ergibt sich die Zusammenstellung:

Tabelle X.

	NaCl		Na ₂ SO ₄	
	\bar{x}_1	\bar{x}_1'	\bar{x}_1	\bar{x}_1'
Anodisch	44,1	33,1	36,3	19,2
Kathodisch	42,0	23,0	32,4	20,7

Ein deutlicher Einfluss des Evacuierens wurde hier nicht bemerkt. Die scheinbare Ladungscapacität ist 1,4—1,9 mal grösser als die scheinbare Entladungscapacität für kleine Kräfte. Die wahre Initialcapacität scheint auch hier für das Chlorid grösser als für das Sulfat zu sein, obgleich die Unterschiede jedenfalls viel geringer sind als für die Magnesiumsalze. Zu bemerken ist, dass nach Bouty's¹⁾ Rechnung die aus den G. Meyer'schen Curven²⁾ nach Lippmann berechnete Capacität in der Nähe des Maximums der Oberflächenspannung für KCl im Verhältniss von 83:60 grösser als für K₂SO₄ gefunden wird. Ebenso findet Oberbeck³⁾ durch Wechselströme für Platin, Gold und Silber die Initialcapacität grösser für das Chlorid als für das Sulfat.

1) Bouty, l. c. p. 197.

2) G. Meyer, Wied. Ann. 35. p. 508. 1892.

3) Oberbeck, l. c.

Bei der theoretischen Erörterung dieser Resultate muss man die Natur der an der zu polarisirenden Oberfläche einander berührenden Substanzen in Betracht ziehen. Geht man davon aus, dass immer etwas Quecksilbersalz in Lösung geht, so wäre im Fall des Chlorids zu berücksichtigen, dass Sublimat mit MgCl_2 und NaCl Doppelsalze bildet, aus denen durch NaOH Quecksilber nicht gefällt wird.

§ 15. Von den mit anderen Electrolyten gemachten Versuchen theile ich hier noch die auf verdünnte Schwefelsäure verschiedener Concentration bezüglichen mit.

Tabelle XI.

H_2SO_4 . 1 Vol. H_2SO_4 . 6 Vol. H_2O .

$s = 10$ qmm, $S = 27678$ qmm. Amalgamirter Platindraht.

Kathodische Polarisation.

V	C	Ladung		Entladung	
		x_1	V_1	x_1'	V_{11}
0,05	2,0	233,6	0,0039	15,2	0,0216
0,1	2,0	177,6	0,0101	17,8	0,0471
0,2	1,0	200,6	0,0094	26,2	0,1446
0,4	0,5	321,6	0,0081	17,0	0,3088
0,5	0,4	400	0,0050	13,3	0,3890

Die scheinbare Ladungscapacität ist hier für kleine Kräfte etwa 10—16 mal so gross als die scheinbare Entladungscapacität. Als die Ladungsversuche gleich nach Anstellung der Entladungsversuche wiederholt wurden, ergaben sich noch grössere Ladungscapacitäten (vgl. § 11) z. B.:

V	C	x_1
0,05	2,0	812
0,1	2,0	675
0,2	1,0	644

Nach etwa 16stündiger Ruhe war die Capacität wieder auf den alten Werth gesunken. Andere und regelmässige Resultate ergab eine verdünntere Schwefelsäure (vgl. Tab. XII, p. 360).

Die scheinbare Ladungscapacität ist hier für kleine Kräfte nur etwa dreimal so gross als die scheinbare Entladungscapacität.

Die Versuche dieses Paragraphen wurden öfter mit anderen Electroden wiederholt, wobei die verhältnissmässig grosse

Ladungscapacität bei der concentrirteren Säure immer wieder hervortrat, eine Erscheinung, welche wohl darauf zurückzuführen ist, dass in der concentrirteren Säure verhältnismässig viel Quecksilber in Lösung geht.

Tabelle XII.

 H_2SO_4 0,05 g-Aeq. im Liter. $s = 10$ qmm, $S = 27673$ qmm. Amalgamirter Platindraht.

Kathodische Polarisation.

V	C	Ladung		Entladung	
		x_1	V_1	x_1'	V_{11}
0,05	2,0	63,0	0,013	20,2	0,025
0,1	2,0	61,2	0,026	23,0	0,051
0,2	1,0	62,0	0,027	21,2	0,140
0,4	0,5	59,9	0,031	16,5	0,290
0,5	0,4	71,6	0,026	9,4	0,350

Aus den in diesem Aufsatze mitgetheilten Versuchen, welche noch in vieler Hinsicht der Erweiterung und Ergänzung bedürfen, scheint immerhin soviel hervorzugehen, dass Capacitätsbestimmungen wohl geeignet sind, auf die immer noch dunklen Vorgänge bei der galvanischen Polarisation, insbesondere der Quecksilberelectroden, etwas mehr Licht zu werfen.

Zum Schluss sei es mir gestattet, meinem verehrten Lehrer, Hrn. Prof. Warburg, für seine vielfache Unterstützung durch Rath und That meinen wärmsten Dank auszusprechen.

Freiburg i. B., Physikalisches Institut, März 1895.

8. *Ueber Aureole und Schichtung
beim electrischen Lichtbogen und bei Entladungen
in verdünnten Gasen; von O. Lehmann.*

(Hierzu Taf. III Fig. 1–25.)

Der electrische Lichtbogen besteht bei Anwendung horizontaler Electroden scheinbar aus zwei schief gegeneinander brennenden Flammen, welche bei grosser Spannungsdifferenz sehr beträchtliche Höhe erreichen können.¹⁾ Steigt der Strom in der einen Flamme bis zur Spitze in die Höhe und in der anderen wieder herunter und wie erklärt sich überhaupt die Entstehung dieser Flammen?

Die gewöhnliche electrische Entladung in verdünnten Gasen, wie wir sie in Geissler'schen Röhren und im electrischen Ei beobachten, besteht, auch wenn sie ebenso stetig ist wie der Lichtbogen, aus einer Säule rothen positiven Lichtes und dem durch einen dunkeln Raum davon getrennten negativen Licht.

In welcher Beziehung stehen diese Lichterscheinungen zu den Flammen, aus welchen sich der electrische Lichtbogen zusammensetzt und weshalb zeigen sich so grosse Unterschiede, obschon doch in beiden Fällen der physikalische Process im wesentlichen der gleiche ist?

Ueber diese und ähnliche Fragen ist aus der vorhandenen Literatur nur geringe und unsichere Auskunft zu erhalten, sodass es mir von Interesse schien, die Uebergangsformen zwischen Lichtbogen und Gasentladungen, welche man beim Durchgang verhältnissmässig starker Ströme durch mässig verdünnte Luft erhält, näherem Studium zu unterwerfen.

Zum Theil sind die Unterschiede beider Entladungsformen jedenfalls dadurch bedingt, dass der Lichtbogen sich in freier Luft entwickeln kann, während die Gasentladungen gewöhnlich in sehr engen Gefässen, z. B. Geissler'schen Röhren, hervor-

1) Gelegentlich der electrotechn. Ausstellung in Frankfurt a. M. 1892 wurde z. B. durch den Vertreter der Firma Siemens & Halske ein Wechselstromlichtbogen demonstriert, dessen Flammen eine Höhe von etwa 50 cm und mehr hatten.

gebracht werden, welche ungehinderte Ausbreitung des electrischen Stromes nicht zulassen. Diese Störung kann beseitigt werden, entweder indem man mikroskopisch kleine Electroden-distanzen anwendet oder sehr grosse Entladungsgefässe.

Auf ersterem Wege hatte ich schon früher eine Art Uebergangsform von Gasentladungen zum Lichtbogen gefunden, welche ich zuerst für eine wirkliche Flamme hielt¹⁾, später aber als Hülle glühenden Gases deutete. Die betreffende Stelle meiner Arbeit lautet:

„Ist die Electroden-distanz sehr klein, so wird das umgebende Gas zuweilen bis zur Glühhitze erwärmt und bildet eine röthlich leuchtende Hülle um den Funken, die wohl zu unterscheiden ist von der sogenannten Lichthülle des Inductionsfunken, die nichts anderes, als mit dem Funken rasch alternirende und deshalb gleichzeitig wahrgenommene Streifenentladung ist.“²⁾

Auch H. Hertz³⁾ hat später die Erscheinung selbständig aufgefunden und näher untersucht. Er scheint der Ansicht gewesen zu sein, dass es sich um leuchtende heisse Gasmassen handelt, die zuvor durch den Entladungsprocess zum Leuchten gebracht wurden, sich aber unabhängig von der Bahn der Entladung fortbewegen und unter Umständen auch nach Aufhören der Entladung einige Zeit weiterleuchten können.

Auf die Beziehung der sogenannten „Aureole“ oder Lichthülle der Inductionsfunken, welche nach G. Wiedemann⁴⁾ „an der Endfläche der positiven Electrode beginnt, daselbst röthlich ist und sich mit lavendelblauem Lichte noch über die negative Electrode ausbreitet“, geht Hertz nicht weiter ein. Er hielt offenbar, ebenso wie ich, die Erscheinung für eine davon principiell verschiedene, was um so mehr berechtigt war, als nirgendwo in der Literatur eine Angabe darüber zu finden ist, dass rothes positives und blaues negatives Licht nicht die einzigen Bestandtheile der Gasentladung bilden, dass sich vielmehr die Strömung der Electricität zum

1) O. Lehmann, *Molecularphysik* 2. Taf. VI, Fig. K. p. 332 und *Zeitschr. f. Kryst.* 1. Taf. XX, Fig. 31c. 1877.

2) O. Lehmann, *Wied. Ann.* 11. p. 699. 1880 (Taf. VI, Fig. 45).

3) H. Hertz, *Wied. Ann.* 19. p. 78. 1883.

4) G. Wiedemann, *Electr.* 4. (2) p. 696, § 953. 1885.

Theil auch ausserhalb dieser Lichtgebilde vollzieht und unter Umständen dort eine eigenartige, von den beiden genannten verschiedene Lichterscheinung hervorruft, welche ich im Folgenden als eigentliche Aureole oder Aureole schlechthin bezeichnen will.

Auf diese Thatsache wurde ich erst durch die im Folgenden zu beschreibenden Untersuchungen aufmerksam, bei welchen, im Gegensatz zu den früheren, zur Elimination des Einflusses der Gefässwände nicht mikroskopisch kleine Elektrodendistanzen, sondern sehr grosse Entladungsgefässe zur Anwendung gebracht wurden.

Diese Gefässe waren die grössten im Handel zu erhaltenden tubulirten Luftpumpenrecipienten, von etwa 40 cm Durchmesser und 50 cm Höhe, oder auch ein gusseiserner Recipient mit noch grösseren Dimensionen, dessen Inneres durch verschiedene Fenster aus Spiegelglas bequem betrachtet werden konnte und der den Glasrecipienten gegenüber den grossen Vorzug geringerer Zerbrechlichkeit hatte. Die obere Wölbung der ersteren wurde durch ein innen angebrachtes Blech vor zu starker Erhitzung geschützt und die Aussenwand wurde nach jedem Versuch zur Abkühlung mit kaltem Wasser abgewaschen.

Zur Erzeugung des Stromes gedachte ich die früher gebrauchte Hochdruckinfluenzmaschine mit 60 rotirenden Scheiben¹⁾ zu verwenden, indess war die Stromstärke derselben nur ausreichend zur einfachen Glimmentladung, wenigstens insofern nicht Funkenstrecken eingeschaltet wurden. Die letzteren bedingen aber Complicationen durch Ladung der Wände des Gefässes, welches dann als Vacuumflasche wirkt²⁾, sodass diese Methode zum Studium der schon an sich complicirten Erscheinungen nicht geeignet schien.

Die mir zur Verfügung stehende Hochspannungsaccumulatorenatterie³⁾ war wegen zu geringer Capacität ebenfalls nicht verwendbar, sodass ich mich nach einer ergiebigeren Electricitätsquelle umsehen musste.

1) O. Lehmann, Wied. Ann. 44. p. 642. 1891.

2) O. Lehmann, Wied. Ann. 22. p. 305. 1884.

3) O. Lehmann, Wied. Ann. 47. p. 428. 1892.

Durch Zufall gelangte ich in den Besitz einer passenden magneto-electrischen Maschine, welche durch einen vier- bis fünfperdigen Electromotor angetrieben, Spannungen bis zu 2000 Volt und Stromstärken bis zu 5 Amp. zu liefern vermochte.¹⁾ Die Magnetschenkel derselben wurden mit Accumulatorenstrom von 65 Volt gespeist. Bildeten sich am Collector zu starke Funken, so wurden sie durch comprimirt Luft von 4 Atm. Druck ausgeblasen. Zum Evacuiren der Recipienten diente eine mittels Electromotor betriebene Staudinger'sche Luftpumpe grösster Art, welche beim Durchgang der Entladungen zur Aufrechterhaltung des Druckes in Thätigkeit gehalten wurde. Der gewöhnlich angewandte Gasdruck betrug 4—10 mm Quecksilber.

Zur Untersuchung des Wechselstromlichtbogens diente eine vierperdige Wechselstrommaschine von Helios, welche zur Speisung eines Transformators für 2000 Volt oder eines grossen Ruhmkorff'schen Funkeninductors verwendet wurde.

Um zu starke Erhitzung der Electroden zu vermeiden, wurden als solche gewöhnlich 3—4 cm dicke cylindrische Klötze aus Kupfer, Messing oder Eisen verwendet, zuweilen auch Kohlenstäbe oder mittels durchgeleiteten Wassers gekühlte Electroden.

Die Luftpumpenteller waren mit Vorrichtungen zum Einführen von Stromleitungen zum Erhitzen von Porzellanschiffchen mit verdampfenden Substanzen etc. versehen. Eine oder beide Electroden waren beweglich und zwar konnte die obere während der Versuche mittels einer über Rollen geführten Schnur bewegt werden.

I. Die Grenze der Entladung.

Leiten wir den Strom durch eine metallisch leitende Flüssigkeit oder einen Electrolyten, so breiten sich die Stromlinien nahezu überall hin aus, soweit der Leiter sich ausdehnt. Im Falle der Gasentladungen dagegen, welche erst bei Erreichung eines bestimmten Potentialgradienten eintreten, be-

1) Die Maschine wurde aus den Resten einer durch Brand beschädigten Schuckertmaschine Modell 7 L_3 in der Werkstätte des Physikalischen Instituts der technischen Hochschule in Karlsruhe nach meinen Angaben hergestellt.

schränkt sich die Strömung nach den üblichen Vorstellungen auf die in rothem und blauem Licht erstrahlenden Gasmassen, doch ist man genöthigt zuzugeben, dass auch der dunkle Trennungsraum, sowie die dunkeln Räume zwischen den Schichten des positiven Lichtes den Strom hindurchlassen, was Faraday bekanntlich veranlasste, die Entladung überhaupt als „*dunkel*“ zu bezeichnen.

Vermag nun vielleicht der Strom auch die ausserhalb der leuchtenden befindliche Gasmasse in Form dunkler Entladung zu durchdringen und wie kann man hierüber Aufschluss erhalten?

Dass dem wirklich so ist, kann man bei Anwendung der grossen Luftpumpenrecipienten und dicker Kupferklötze als Electroden leicht erkennen, wenn man der Luft etwas Jod- und Fettdampf beimischt. Man sieht dann die gewöhnliche Gasentladung von einer mehr oder minder kugel- oder birnförmigen, scharf begrenzten, grasgrünen Aureole umgeben, welche bei etwa 20 cm Electroden distantz, 3 Amp. Stromstärke und 400 Volt Spannung den ganzen 40 cm weiten Recipienten ausfüllt. In reiner Luft ist die Aureole gelbgrau und verliert sich bald, vermuthlich infolge Umbildung des Sauerstoffs und Stickstoffs zu Untersalpetersäure und Absorption des Sauerstoffs durch Oxydation der Electroden.

Lässt man den Luftdruck zunehmen, so geht die Aureole stetig in die den Lichtbogen einhüllende Flammenerscheinung über.

Warum ist nun anzunehmen, das Leuchten der Aureole werde durch hindurchgehenden Strom hervorgebracht? Kann das Leuchten nicht ein Nachleuchten infolge einer chemischen Veränderung des Gases sein, welche dasselbe an den Stellen erfahren hatte, wo das rothe und blaue Licht auftritt?

Dass dies nicht der Fall ist, dass vielmehr die Grenze der Aureole das vom Strome durchflossene Gas von dem nicht an der Entladung theilgenommenen scheidet, schliesse ich in erster Linie aus den Strömungserscheinungen des Gases im Recipienten.

II. Die Bewegung des Gases im Lichtbogen.

Betrachtet man einen gewöhnlichen horizontalen Lichtbogen, insbesondere einen solchen von beträchtlicher Grösse,

so ist die erste Vermuthung, die sich jedem aufdrängt, die, es finde eine fortwährende Verdampfung der weissglühenden Electroden spitzen statt und die entstehenden Dampfströme bildeten die beiden schief gegeneinander gerichteten Flammen des Lichtbogens, sodass also die Strömung des Gases ganz ähnlich derjenigen bei zwei gegeneinander brennenden Gasflammen wäre. Man ist also geneigt anzunehmen, es gehe eine Gasströmung von den Spitzen aus und wende sich, durch das geringe specifische Gewicht der heissen Luft veranlasst, mitten zwischen den Spitzen nach oben.

Diese Vorstellung ist völlig verkehrt. Die Strömung ist im wesentlichen vielmehr derart, wie sie sein würde, wenn die Electroden spitzen durch einen glühenden Draht verbunden wären, von dessen Oberfläche die Luft infolge der Erhitzung überall senkrecht in die Höhe steigt, also etwa so, wie die Pfeile der Figur 1 andeuten.¹⁾ Staubtheilchen, welche von der bewegten Luft mitgeführt werden und, in den Lichtbogen eintretend, mit hellem Lichte erglänzen und so ihren Weg deutlich erkennen lassen, ermöglichen, sich von dem Vorhandensein dieser Strömung ohne weiteres zu überzeugen.

Eine Verdampfung der Kohlenspitzen findet beim gewöhnlichen *ruhigen* Lichtbogen nicht statt, sondern nur eine langsame Verdunstung und Oxydation des Dampfes durch die beigemischte sauerstoffhaltige Luft.

Hiervon kann man sich leicht überzeugen, wenn man ein dünnes etwa 20 cm langes, 2 mm dickes Kohlenstäbchen, dessen Fassungen zur Vermeidung von Spannungen auf Quecksilber schwimmen, durch einen Strom von etwa 60—70 Amp. bei 150 Volt Spannung zu intensivem Weissglühen bringt. Dasselbe strahlt ein äusserst blendendes Licht aus, zum mindesten ebenso hell wie das der Kohlenspitzen im Lichtbogen, verdampft aber nicht. Es wird schliesslich, anscheinend infolge von Umwandlung in eine andere Modification, bei bestimmter Temperatur plötzlich breiartig weich, biegt sich vermöge seines Gewichtes durch und reisst ab.

1) Der röthliche Kern des Lichtbogens ist der Deutlichkeit halber geschichtet gezeichnet, was eigentlich nur für den Lichtbogen im Vacuum zutrifft.

Anders verhält sich die Sache beim *zischenden* Lichtbogen, wie man ihn z. B. bei Anwendung derselben Stromstärke und Spannung zwischen zwei nahestehenden Kohlen spitzen erhält. Die gleiche Stromwärme, welche vorher auf das lange Stäbchen vertheilt war, ist nun auf ein sehr kleines Gebiet beschränkt, die Temperatur steigt also sehr viel höher, auch kann der kleine erweichende Theil einer Spitze nicht heruntersinken. Man sieht dann von der positiven Electrode, welche bekanntlich höhere Temperatur annimmt als die negative, eine hell grünlichblaue rauschende Flamme innerhalb der Aureole aufsteigen, welche, abgesehen von der Form, völlig dem weissblauen Lichtkegel eines Bunsen'schen Brenners bei starker Luftzufuhr gleicht. An der Grenze dieser Flamme findet offenbar Verbrennung von Kohlenstoffdampf zu Kohlenoxyd statt und die gekräuselte in lebhaftester Bewegung befindliche Oberfläche der Flamme lässt erkennen, dass die Entwicklung des Dampfes nicht ganz stetig erfolgt, sondern ab und zu wieder plötzliche Condensation eintritt, sodass nothwendig das zischende Geräusch entstehen muss, welches unter diesen Umständen stets gehört wird.

Verwendet man Ströme von mehreren hundert Ampère Stärke¹⁾ bei möglichst geringer Spannung, d. h. möglich geringem Abstand der Kohlenspitzen, so findet ein fortwährendes Sublimiren des Kohlenstoffs von der heissen Anode auf die kältere Kathode statt, erstere wird immer kürzer, letztere länger.

Weit besser als bei dem Lichtbogen in Luft können wir uns über die Gasbewegungen orientiren bei dem Lichtbogen im Vacuum, speciell beim Einbringen von Jod- und Fettdämpfen in den Recipienten und bei Verwendung massiver Kupferelectroden.

Die aufsteigenden Jod- und Fettdämpfe lassen sowohl den Weg der Gastheilchen deutlich erkennen, wie auch die Ausdehnung der Aureole des Lichtbogens, und bringt man ausserdem Rauch aus festen Partikelchen z. B. von verbrennendem

1) Ich benutzte dazu zwei parallel geschaltete, durch Brand beschädigte und in der Werkstätte des Physikalischen Instituts zu diesem Zwecke umgebaute Dynamomaschinen für acht Pferdekräfte, in Serie mit drei Accumulatoren für 1000 Amp. normalen Entladestrom.

Wismuth, in den Recipienten, so wird die Gasströmung so deutlich, dass man sie photographiren könnte.

Am klarsten werden die Verhältnisse wieder bei Anwendung eines horizontalen Lichtbogens, doch ist der Abwechslung halber in Fig. 2 die Strömung für einen verticalen Lichtbogen dargestellt.

Man sieht, wie nach dem Vorigen zu erwarten, in der Axe des Recipienten die heiss gewordene Luft aufsteigen und alsdann sich abkühlend an den Wänden des Recipienten wieder herunterströmen, sodass sich in einer etwa auf halber Höhe des Recipienten gelegenen Horizontalebene ein völlig unbeweglicher Wirbelring ausbildet, welcher bei Anwendung von Rauch (aus festen Partikelchen) ebenso aussieht, wie ein Rauchring aus Tabaksrauch in freier Luft.

Tritt ein Rauchfaden in das Gebiet der Aureole ein, so wird er dort sofort leuchtend und bleibt es bis zu seinem Austritt, wo er ebenso schnell wieder erlischt. Die Fettdämpfe bringen ein helles gelbes Licht hervor ähnlich dem einer gewöhnlichen Flamme (infolge der Ausscheidung von festem Kohlenstoff), die Joddämpfe leuchten in blauem Lichte. Die Aureole an sich ist schön grasgrün, vermuthlich infolge der Bildung gasförmiger Kupferverbindungen. Der Durchmesser der Aureole hängt von der Electrodenabstand ab und kann bis zu 40 cm betragen, sodass sich die Erscheinungen selbst aus der Entfernung deutlich beobachten lassen.

Gegen die Mitte zu geht die Farbe der Aureole in rothgelb über und den axialen Theil bildet, wie beim gewöhnlichen Lichtbogen, rosafarbenes oder bläuliches positives Licht, welches geschichtet sein kann, wie in der Figur angedeutet, häufig aber auch ganz stetig verläuft, wie man bisher für den Lichtbogen allgemein angenommen hat.

III. Beziehungen zwischen Lichtbogen und Gasentladungen.

Bei Fig. 4 endet der Lichtbogen beiderseits an hellen Punkten, wo sich, wie das Spectrum erweist, reichlich Metaldampf oder, falls Kohlenelectroden Verwendung finden, Kohlendampf vorfindet. Dies ist auch dann der Fall, wenn die Temperatur der hellen Punkte der Electroden nicht die Siede- bez. Sublimationstemperatur des Electrodenmaterials erreicht, d. h.

denjenigen Temperaturgrad, bei welchem die Dampfspannung gleich dem Atmosphärendruck wird, bei welchem sich also wie beim zischenden Lichtbogen ein eigentlicher Dampfstrom bilden kann. An diesen hellen Stellen findet augenscheinlich ein Verdunsten der Electroden statt unter Einfluss der hohen Temperatur und Diffusion des gebildeten Metaldampfes in die umgebende Luft — nicht auf gewöhnlichem Wege, denn hierdurch liesse sich die Bildung der relativ grossen Metaldampfbüschel in der verhältnissmässig rasch strömenden Luft nicht erklären — sondern durch Wirkung electricischer Kräfte.¹⁾

Ein Maass für die Diffusionsgeschwindigkeit würde man erhalten können durch Vergleich der Ausdehnung der Metaldampfbüschel, wenn die Diffusionsrichtung mit der Strömungsrichtung des Gases übereinstimmt und wenn sie entgegengesetzt ist. Beispielsweise war bei einem Potentialgefälle von etwa 4000 Volt pro Meter die Ausdehnung des negativen Eisendampfbüschels bei Anwendung von Eisenelectroden etwa die sechsfache, wenn die Richtung der Gasströmung, welche vielleicht 0,1 m pro Secunde betrug, übereinstimmend war, woraus sich eine Diffusionsgeschwindigkeit des Eisendampfes von 0,14 m pro Secunde ergeben würde (bei einem Luftdruck von etwa 4 mm und einer Temperatur von etwa 1000°). Die Geschwindigkeit der gewöhnlichen Diffusion dürfte bedeutend geringer sein, doch fehlen dafür die Anhaltspunkte.

Die Ausdehnung des positiven und diejenige des negativen Metaldampfbüschels sind im allgemeinen nicht gleich gross, was nicht nur in Verschiedenheit der Temperatur begründet sein dürfte, denn die Unterschiede sind viel beträchtlicher als die Temperaturunterschiede, sondern in verschiedener electricischer Ladung der diffundirenden Dämpfe oder Ionen. Der positive Metaldampfbüschel ist relativ sehr gross gegenüber dem negativen bei Magnesium und Natrium, gerade umgekehrt sehr klein bei Eisen und Kupfer. Es liegt nahe anzunehmen, diese Verschiedenheiten ständen in Zusammenhang mit den Verschiedenheiten der Lösungstension nach Nernst, insofern der osmotische Druck von Magnesiumionen = 10^{44} Atm., derjenige von Kupferionen = 10^{-19} Atm. angenommen werden muss (um

1) Vgl. O. Lehmann, Wied. Ann. 52. p. 458. 1894.

das Auftreten der electromotorischen Kräfte zu erklären¹⁾), doch erscheinen die vorliegenden Beobachtungen und Zahlen zu eingehenderen Rechnungen nicht geeignet.

Nicht immer endigt der Lichtbogen auf beiden Seiten in hellen Punkten und Metaldampfbüscheln (Fig. 3), vielmehr kann er bei genügend ausgedehnten kalten Electrodenflächen, z. B. bei Anwendung massiver messingener Halbkugeln von 6 cm Durchmesser, in Formen übergehen (Fig. 5 u. 6), welche nur auf der einen (entweder positiven oder negativen Seite) einen Metaldampfbüschel haben, auf der anderen Seite dagegen ausgedehntes Glimmlicht, welches nur das Gasspectrum zeigt. Diese Formen können als Uebergangsformen zur Gasentladung bezeichnet werden und thatsächlich entsteht diese zuweilen plötzlich aus dem Lichtbogen oder den Uebergangsformen, indem die Metaldampfbüschel vollständig verschwinden und nur das Gasglimmlicht übrig bleibt (Fig. 4).

Umgekehrt kann die Gasentladung plötzlich in Lichtbogen (Metallentladung) übergehen, indem sich die Glimmlichthüllen der Electroden momentan contrahiren und auf die hellen Lichtpunkte zusammenschrumpfen, welche die Enden des Lichtbogens bilden. Sind die Electrodenoberflächen klein, so ist mit diesem Uebergang eine bedeutende Vergrößerung der Stromstärke (z. B. von 0,1 auf 3 Amp.) und Verminderung der Spannung (z. B. von 1500 auf 500 Volt) verbunden, sind aber die Electrodenflächen genügend gross, so kann der Unterschied von Stromstärke und Spannung vor und nach der Bildung der Bogenentladung geringfügig sein.

Contrahirt sich mit zunehmendem Luftdruck und steigen der Spannung der in zwei hellen Punkten endigende Lichtbogen auf einen schmalen Streifen, so hat man die gewöhnliche Funkenentladung. Die Uebergangsformen mit nur einem hellen Punkt entsprechen den halben Funken, welche z. B. beim Ueberspringen von Funken auf Flammen oder feuchte Körper entstehen.

Als Ursache des Uebergangs von Gasentladung in Bogenentladung darf man hiernach wohl die Entstehung der Metaldampfbüschel und den geringen Werth des Entladungspotentialgefälles in letzteren betrachten. Da die Bildung der Metall-

1) Vgl. W. Ostwald, Lehrb. d. allgem. Chemie. 2. (1). p. 948.

dampfbüschel nicht allein durch die Temperatur, sondern auch durch electrische Kräfte bedingt ist, erscheint es nicht unmöglich auch die Verschiedenheit des Potentialgefälles und der Wärmeentwicklung an beiden Electroden zu erklären, doch kann dies hier nur angedeutet werden. Reicht diese Wärmeentwicklung nicht mehr zu, die zur Aufrechterhaltung des Metalldampfbüschels nöthige Dampfmenge zu liefern, so muss die Bogenentladung unter Ansteigen der Spannung in Gasentladung übergehen.

Erfüllen die gebildeten Metaldämpfe den ganzen Entladungsraum, so contrahirt sich der Lichtbogen, je nach deren Natur und wird bald heller, bald dunkler.

Verwendet man z. B. Eisenelectroden, so ist die Aureole von erheblich geringerem Durchmesser als bei gleichdicken Kupferelectroden und von graugelber Farbe. Ist Jod zugegen, so bedecken sich die Wände des Recipienten bald mit einem undurchsichtigen Niederschlag von Eisenjodid. Quecksilberdämpfe bewirken eine starke Contraction des Lichtbogens, in dess wird der Recipient bald undurchsichtig.

Bei Natrium und Kalium ist die Lichtentwicklung sehr gering und man kann z. B. bei Kalium Ströme von 2—3 Amp. Stärke durch den Dampf senden, während sich die Lichterscheinung auf zwei helle Punkte an den Electroden beschränkt, es kann sogar der eine Lichtpunkt verschwinden, doch ist, ebenfalls wegen Beschlagen des Recipienten, die Beobachtung schwierig.

Sehr helle Lichtbogen erhält man in Leuchtgas und Petroleumdampf infolge von Russabscheidung. Der Bogen erscheint stark zusammengezogen, vermuthlich weil die Dissoziation des Kohlenwasserstoffes sehr viel Energie absorbirt.

IV. Die Stromlinien in der Aureole.

Nachdem durch die besprochenen Versuche erwiesen scheint, dass ein principieller Unterschied zwischen Lichtbogen und Gasentladungen nicht besteht, dass die Aureole in *allen* Fällen einen wesentlichen Bestandtheil der Lichterscheinung bildet, welcher neben dem sogenannten positiven und negativen Licht auftritt und in seiner Form durch vorhandene Luftströmungen nur unerheblich beeinflusst wird, können wir zu

der eingangs gestellten Frage zurückkehren: Ist die Aureole eine infolge chemischer Zersetzung unabhängig von der Strombahn phosphorescirende Gasmasse, oder ist ihr Leuchten direct durch den Strom veranlasst, so dass es nur da erscheint, wo auch Strom vorhanden ist und somit durch seine räumliche Ausdehnung die Ausbreitung der Stromlinien im Gase erkennen lässt?

Dass die Aureole nur während des Stromdurchganges leuchtet, können wir sofort constatiren, wenn wir den Strom unterbrechen. Im gleichen Momente verschwindet auch die Aureole. Uebrigens ist die Ausführung dieses Versuches ganz unnöthig, da uns schon die Beobachtung der Strömungserscheinungen lehrt, dass jedes Gastheilchen in dem Momente, wo es in das Gebiet, welches als Aureole erscheint, eintritt, leuchtend wird und sein Leuchtvermögen sofort wieder verliert, sobald es die Aureole verlässt.

Wäre das Leuchten eine Folge chemischer Veränderung des Gases, so wäre ganz unverständlich, warum die Aureole den Kern der Entladung als *geschlossene* Hülle umgiebt, es könnten die Gastheilchen nur in der oberen Hälfte der Bahn leuchtend erscheinen, die Aureole müsste unten offen sein.

Immerhin wäre denkbar, dass wenigstens für sehr kurze Zeit ein Nachleuchten möglich wäre, dass also die obere Hälfte der Aureole gegen die Grenze der Entladung mehr oder weniger verschoben wäre.

Somit entsteht die weitere Frage, auf welche Weise kann man den Verlauf der Stromlinien innerhalb der Aureole feststellen?

Bekanntlich kann man das Vorhandensein und die Richtung eines Stromes am einfachsten mit der Magnetnadel prüfen. Auf diesem Wege glaubte H. Hertz¹⁾ festgestellt zu haben, dass aus der Form der Lichterscheinungen keinerlei Schluss auf den Verlauf der Stromlinien gezogen werden könne, dass das Leuchten des Gases vielmehr nur ein Phosphoresciren unter dem Einflusse der durch den Strom erregten Kathodenstrahlen sei, da die von ihm bestimmten Stromlinien auch nicht

1) H. Hertz, Wied. Ann. 19. p. 782. 1883.

annähernde Uebereinstimmung mit der Form der Lichterscheinungen zeigten.

Auf die besprochenen Versuche angewendet erscheint dieses Ergebniss der Hertz'schen Untersuchungen sehr sonderbar. Das negative Glimmlicht hat bei dem angewandten Drucke eine Dicke von etwa 2 mm, so dass gemäss der starken Absorption der Kathodenstrahlen in dichteren Gasen anzunehmen wäre, dass sie sich nicht merklich über 2 mm von der Electrode entfernen könnten, also für den weiteren Verlauf der Entladung ganz ausser Betracht kämen. Gleiches gilt aber auch für die Hertz'schen Versuche selbst und Hertz fügte deshalb die Bemerkung hinzu: „d. h. von Strahlen, welche ihrer Natur nach identisch sind mit den Kathodenstrahlen. Der Name wird offenbar unpassend, wenn er auch die Strahlen der positiven Schichten umfassen soll.“

Wir müssten demnach die Existenz weiterer gekrümmter Strahlen annehmen, welche bei unseren Versuchen augenscheinlich ganz oder nahezu den Verlauf der Stromlinien haben müssten. Wozu aber diese Complication?

Nach meiner Ansicht rührt die ganze Schwierigkeit daher, dass die von Hertz bestimmten Stromlinien nicht die *wahren* Stromlinien sind, da sich die Bestimmung auf einen Satz über die Beziehung der Stromlinien und Magnetkraftlinien gründet, welcher im gegebenen Falle nicht zutreffend sein kann. Der Satz sagt aus, dass auf einer leitenden Platte die magnetischen Kraftlinien senkrecht stehen zu den Stromlinien, so dass sich diese construiren lassen, wenn erstere bekannt sind. Dieser Satz gilt aber nur für stationäre Ströme in homogenen Platten. Wenn nun auch Hertz viele Beweise dafür beigebracht hat, dass Entladungen unter Umständen anscheinend continuirlich werden können, so dürfte bisher doch nur bewiesen sein, dass die Zahl der Intermissionen eine sehr hohe, experimentell nicht mehr bestimmbare sein kann. Aber nehmen wir selbst an, dass die Strömung thatsächlich stationär sei, so könnte der Satz doch aus dem zweiten Grunde keine Anwendung finden, weil nach Hittorf für stationäre Ströme in Gasen der specifische Widerstand der Stromdichte umgekehrt proportional ist und weil die Stromdichte, somit auch der specifische Widerstand des Gases in dem von Hertz benutzten plattenförmigen Ent-

ladungsgefäß an verschiedenen Punkten jedenfalls ausserordentlich verschieden war. Aehnliches gilt für die besprochenen Versuche über die Aureole.

Die Ablenkung einer Magnetnadel wird also unmöglich dazu dienen können den Stromverlauf in der Aureole festzustellen, weil die Stellung der Magnetnadel fast ausschliesslich durch den starken Strom in der Axe der Entladung bedingt wird und die schwachen Stromfäden, welche sich durch die Aureole abzweigen, kaum zur Geltung gelangen können.

Sind aber in der Aureole Ströme vorhanden, so muss ein genäherter Magnet dieselben beeinflussen und dies ist thatsächlich der Fall. Die Aureole ist sogar gegen Annäherung eines Magneten ausserordentlich empfindlich und verschiebt sich ganz so, wie wenn sie zusammengesetzt wäre aus einem Bündel äusserst biegsamer Stromfäden, welche den in Fig. 7 (rechte) dargestellten Verlauf nehmen.

Wäre nur die rothe Lichtsäule in der Mitte der Aureole oder nur ein Theil der Aureole an der Leitung des Stromes betheiligt, so wäre nicht verständlich, dass der Zusammenhang des Ganzen bei Annäherung eines Magneten völlig ungeändert bleibt und gleichmässige Verschiebung aller Theile des Lichtgebildes eintritt.

Eigenthümlich erscheint allerdings der Umstand, dass sich die Aureole mehrere Centimeter hoch dicht an der oberen Electrode hinaufzieht und dass sie beim gewöhnlichen Lichtbogen zuweilen die Form einer hoch aufflackernden, spitzen Flamme annehmen kann, so dass es schwer hält sich vorzustellen, dass in dieser Flamme der Strom auf der einen Seite hinauf-, auf der anderen hinuntersteigt.

Geht man aber von möglichst niedrigen Spannungen zu immer höheren über, so erkennt man leicht, dass sich die Aureole um so mehr in die Höhe zieht, je grösser die Stromarbeit, d. h. die erzeugte Temperatur des Gases, dass also die gute Leitungsfähigkeit des stark erhitzten Gases den Strom nöthigt der aufsteigenden heissen Luft nachzugehen und ebenso complicirte Wege zu beschreiben, wie wir sie ihm durch beliebig geknickte und verbogene Drähte aufzwingen können. Wie hiernach zu erwarten, ändert sich thatsächlich auch nichts an der Form der Aureole, wenn wir die obere Electrode mit

Glas umhüllen bis auf die Endfläche, sodass sicherlich nur aus *dieser* Strom austreten kann und nicht etwa Strom aus den Seitenflächen der Electrode Strom in die scheinbar dicht anliegende Aureole übergeht.

Dass in manchen Fällen, z. B. beim Fortblasen des Lichtbogens mittels eines Magneten, der Lichtbogen sich in feine Fäden ähnlich einer Löthrohrflamme zuzuspitzen scheint, rührt hauptsächlich daher, dass Staubpartikelchen etc., welche von der Luftströmung mitgerissen werden und im Lichtbogen in helles Glühen kommen, ihren Weg als leuchtende Linien verzeichnen und so den Eindruck scharfer Spitzen hervorbringen.

V. Umgehung von Hindernissen.

Wäre das Leuchten der Aureole eine Phosphoreszenzercheinung infolge von Kathodenstrahlen, so müsste man durch einen in den Weg der Strahlen gebrachten und durchlässigen Schirm darauf einen Schatten entwerfen können. Wäre es Phosphorescenz durch chemische Wirkung, so müsste man durch Einschalten passender Hindernisse in den aufsteigenden Luftstrom leuchtende Flammen, deren Form nicht durch mögliche Stromlinien bestimmt wird, abzweigen können. Ich habe deshalb weiter den Einfluss solcher Hindernisse untersucht.

Bringt man ein Stück Metall in den Weg der Entladung, so könnte man erwarten, dass sich dasselbe als Secundärelectrode verhalten werde, ebenso wie ein Metallstück, welches in eine von Strom durchflossene Flüssigkeit eingelegt wird. Dies ist indessen nur dann der Fall, wenn das Potentialgefälle in der der Länge des Metallstückes entsprechenden Länge der positiven Lichtsäule gleich dem Kathodengefälle an dem Metall ist. Ist es kleiner, so wird wohl Influenz in dem Metall eintreten, der Strom kann aber nicht durch dasselbe hindurchgehen, es werden lediglich an den Enden electriche Doppelschichten sich ausbilden, welche keine statische Wirkung nach aussen ausüben können, sodass sich das Metallstück genau ebenso wie ein Isolator verhält. Der Lichtbogen sammt der ihn umhüllenden Aureole biegt sich einfach um das Hinderniss herum, wenigstens wenn dasselbe genügend gross ist um keine nennenswerthe Temperaturerhöhung zu erfahren. Die Fig. 7 (linke Hälfte) zeigt z. B. die Aenderung der Aureole beim Ein-

schieben eines gekrümmten isolirten Eisenblechs. Die Aureole wird deformirt, wie es dem veränderten Lauf der Stromlinien (mit Rücksicht auf die gute Leitungsfähigkeit des erhitzten Gases) entspricht, eine Loslösung phosphorescirender Gasmassen findet nicht statt, ebensowenig eine Schattenbildung hinter dem Bleche.

Bringt man ein solches Blech mit einem Loch in der Mitte quer im Recipienten an, so ist die Aureole genöthigt sich durch das Loch hindurchzuzwängen, wie es dem Verlaufe der Linien entspricht und gleiches gilt für Schirme aus isolirenden Substanzen, wie Glimmer, Asbest und Backstein.

Sehr dünne Schirme werden an den Rändern der Oeffnung rasch bis zum Schmelzen erhitzt und der Lichtbogen bewirkt so ganz von selbst Erweiterung der Oeffnung bis zur Beseitigung des Hindernisses, mag es ein Leiter oder ein Isolator sein.

Dass auch die Stromlinien im Innern der Aureole der Deformation der äusseren Oberfläche folgen, ergibt sich aus der Gestaltänderung der von der Aureole umschlossenen inneren gelblichen Lichtmasse, welche etwa die Hälfte des Durchmessers der Aureole besitzt, sowie der röthlichen, zuweilen geschichteten Lichtmasse in der Nähe der Axe. Letztere wird allerdings nur sehr wenig beeinflusst.

Ein Hinderniss eigenthümlicher Art, welches aber im Princip ebenso wirkt wie ein kalter fester Körper, ist ein kalter Strahl desselben oder eines anderen Gases. Um den Einfluss solcher Gasstrahlen zu untersuchen, habe ich durch eine enge Stahlcapillare Luft, Leuchtgas oder Oeldämpfe in den Lichtbogen (im Vacuum) eingeblasen, wobei die Capillare gegen die Einwirkung der intensiven Hitze durch umgeleitetes Wasser (in doppelter Stahlhülle) geschützt wurde.

Die Erscheinungen waren fast dieselben, welche man erhält, wenn man einen dünnen Luftstrahl durch eine Kerzenflamme bläst. Es bildete sich eine Art Löthrohrflamme, welche bei Verwendung von Leuchtgas oder Oeldampf auch thatsächlich eine Flamme war. In den Lichtbogen wurde gewissermaassen ein Loch gebohrt, dasselbe war aber nicht der Form des Luftstrahles entsprechend rund, sondern ein in der Richtung der Axe der Entladung verlängerter Schlitz. Der Luftstrahl bietet offenbar dem Durchgang der Entladung ein Hinderniss,

wie etwa ein Glasstab und bedingt deshalb Spaltung des Lichtbogens in zwei Theile, von welchen der eine rechts, der andere links an dem Luftstrom vorbeigeht. Erst in grösserer Entfernung von demselben findet wieder Vereinigung zu einem einzigen Strom (wohl auch infolge der electrodynamischen Anziehung) statt.

Würde hiernach die Entladung auf beiden Electroden in Glimmentladung endigen, so müsste, wenn die Electroden einander genügend nahe stehen, *auf beiden eine Art Schatten des Luftstromes* entstehen, wie ich dies bei früherer Gelegenheit in Luft von gewöhnlicher Dichte thatsächlich beobachtete.¹⁾

VI. Isotherme Flächen.

Laufen die Stromlinien in der Nähe der Oberfläche der Aureole derselben parallel und sind ausserhalb der Aureole keine Stromlinien vorhanden, so muss dies auch durch die Temperaturvertheilung zum Ausdruck kommen. Ich habe deshalb ein Thermometer in den Recipienten gestellt; sodass sich das Gefäss desselben zunächst ausserhalb der Aureole, aber dicht an deren Grenze befand. Die Temperatur stieg nur ganz langsam und wenig. Wurde es nun aber in den äussersten Saum der Aureole hineingertückt oder wurde diese durch Annäherung eines Magneten mit dem Thermometergefäss in Berührung gebracht, so stieg die Quecksilbersäule rapid und würde vermuthlich eine Höhe von etwa 400° erreicht haben, wenn die Scala (dieselbe reichte nur bis 360°) hinreichend ausgedehnt gewesen wäre. Dass die Temperatur nicht höher war, schliesse ich daraus, dass das Thermometer bei längerem Verweilen in der Aureole keinen Schaden nahm.

Allerdings gilt diese Temperatur von 400° nur für die äusserste Grenze der Aureole. Im Innern derselben sind wesentlich höhere Temperaturen vorhanden, wie ich durch Einbringen einer an einem Glasstabe befestigten Asbestfaser erkennen konnte. Schon etwa 3 cm vom Rande der Aureole kam die Faser deutlich zum Glühen und der Grad des Glühens wurde um so intensiver, je weiter dieselbe gegen die Axe der Entladung vorgeschoben wurde. Im axialen Theil ist die

1) O. Lehmann, Wied. Ann. 44. p. 645. 1891.

Hitze so gross, dass Asbest geschmolzen wird, Glas zum Kochen kommt und alle Metalle sich verflüchtigen. Diesen Wärmegraden entspricht auch die rasche Erhitzung der grossen Recipienten, welche trotz ihrer Masse und ihrer grossen Oberfläche schon nach wenigen Minuten wieder mit Wasser gekühlt werden müssen.

Auch durch diese Versuche scheint mir sichergestellt, einestheils dass die Aureole thatsächlich von Stromlinien erfüllt ist und anderentheils, dass sie auch wirklich sämtliche Stromlinien in sich enthält.

Allerdings ist nicht in allen Fällen die Entscheidung so einfach, wie bei dem besprochenen Falle, in welchem die Electroden dicke Kupferklötze und das Gas ein Gemisch von Luft mit Jod und dampfförmigem Talg war. Lässt man z. B. den Talg fort, so dass nur Luft mit Joddämpfen gemischt den Recipienten erfüllt, so ist die grüne Aureole weniger hell und weniger ausgedehnt, es zeigt sich aber ausserhalb derselben, scharf durch eine ganz dünne dunkle Schicht davon abgegrenzt, eine neue, intensiv blaue Aureole, deren Licht nicht wie das der grünen nach Aussen hin intensiver wird und dann an einer scharf gezeichneten Fläche aufhört, sondern sich nach und nach verliert, so dass man nicht genau angeben kann, wo die eigentliche Grenze ist. Die Temperatur dieser blauen Hülle ergab sich zu etwa 250°. Durch den Magneten wurde sie ebenso beeinflusst wie die grüne, sie ist also gleichfalls von Stromlinien durchsetzt. Die niedrige Temperatur spricht dagegen, dass sie glühender Joddampf sei; die Ablenkung durch den Magneten beweist, dass das Licht kein Fluorescenzlicht ist. Die einzige befriedigende Erklärung für das Auftreten dieser verschiedenfarbigen Schichten erhalten wir, wenn wir annehmen die Flächen gleicher Färbung seien Flächen gleicher Temperatur oder *isotherme Flächen*.

Da das Leuchten durch den Strom hervorgerufen wird und kein Glühen, sondern ein Phosphoresciren ist, kann man allerdings vermuthen, dass in erster Linie die Stromdichte für die Färbung maassgebend sein werde. Insofern indess die Wärmeentwicklung pro Raumeinheit der Stromdichte (nicht dem Quadrate der Stromstärke) proportional ist, dürften die Flächen gleicher Temperatur und gleicher Stromdichte nahezu zusam-

menfallen. Erstere werden etwas mehr nach oben ausgebogen sein.

Zweckmässiger als durch die Färbung lassen sich einzelne Temperaturflächen beobachten durch das Unsichtbarwerden von Dunstkügelchen in heissen Regionen (infolge von Verdampfung) und durch das Sichtbarwerden von Oeldämpfen infolge der Ausscheidung von Russ.

Ich brachte zu diesem Zwecke über dem Luftpumpenteller ein mit Oel gefülltes Porzellanschiffchen an, welches durch eine galvanisch glühende Eisendrahtspirale erhitzt werden konnte und zur Absonderung einzelner Dunstfäden mit einem gitterartig durchbrochenen Deckel aus Asbest bedeckt wurde. Einfacher kann man auch eine dünne Electrode verwenden, welche in einen Napf mit Oel eingesetzt ist und durch ihre eigene Wärme das Oel verdampft, auch kann man eine dickere Electrode napfartig aushöhlen und die Höhlung mit Talg ausgiessen.

Die Fläche, an welcher die aufsteigenden Dunstfäden verschwinden, ist die der Siedetemperatur des Oels entsprechende Fläche. Dieselbe liegt nahe der Grenze der Aureole, ausserhalb derselben. Die Fläche, an welcher die Dunstfäden als hellleuchtende gelbe Streifen wieder zum Vorschein kommen, in der Nähe der Grenze der rothgelben Lichtmasse gelegen, ist der geometrische Ort der Punkte, an welchen die Zersetzungstemperatur des Oels herrscht. Es scheidet sich hier, ebenso wie in einer Oel- oder Kerzenflamme, aus dem Kohlenwasserstoff feinertheilter Kohlenstoff aus, welcher zur hellen Gelb- oder Weissgluth kommt.

Noch weiter aufsteigend verschwinden die Fäden wieder, da die feinertheilten Kohlenpartikelchen verdampfen und erst beim Verlassen dieses Gebietes hoher Temperatur kommen sie von neuem als gelb leuchtende Streifen zum Vorschein, welche entweder zu farblosem Gas sich zurtickbilden (oder verbrennen) oder aber weiterhin als schwarze Rauchstreifen ihren Weg fortsetzen, welche, in die Nähe der Wände des Recipienten kommend, offenbar infolge electrischer Ladung, von diesen angezogen werden und sich in Form scharf begrenzter, genau ihren Querschnitt darstellender, schwarzer Russflecke niederschlagen. Dieser Russ ist manchmal feinpulverig oder körnig,

besteht aber auch zuweilen, z. B. bei Anwendung von Naphtalin, aus verhältnissmässig harten Fäden.

Wird der Oeldampf der Entladung nicht in einzelnen Streifen, sondern in zusammenhängendem Strom zugeführt, so erscheint im Entladungsraume eine Art Flamme, welche auf den ersten Blick viel Aehnlichkeit mit einer gewöhnlichen mehr oder minder russenden leuchtenden Kerzenflamme hat.

Die nähere Beobachtung zeigt, dass die Flamme hohl ist und bei geringer Stromstärke einen an die positive Electrode sich anschliessenden geschlossenen Sack darstellt, der von der negativen Electrode durch einen mehr oder minder breiten Zwischenraum getrennt ist (Fig. 8). Das Auftreten dieses Sackes beweist, dass die Temperatur in der Axe der Entladung keineswegs gleichmässig ist, dass vielmehr in der Nähe der Kathode, etwa da, wo der dunkle Raum sich befindet, die Temperatur niedriger ist und dass dieses Gebiet niedriger Temperatur die ganze positive Lichtsäule in sich schliesst.

Bei vergrösserter Stromstärke nähert sich das geschlossene Ende des Sackes der Kathode und erhält ein Loch (Fig. 9). Offenbar wird nun durch die von unten aufsteigende oder die Kathode umgebende heisse Luft die Condensation des Kohlenstoffs unmöglich gemacht.

Das Auftreten dieser Oeffnung ist aber nicht die einzige Aenderung, welche der Sack in der Nähe der Kathode erleidet, vielmehr zeigen sich an demselben noch eigenartige Formänderungen, welche nur verständlich werden, wenn wir annehmen, dass dort zwei entgegengesetzte Luftströme zusammentreffen und einen Wirbelring bilden.

VII. Der Kathodenwirbel und die Schichtung.

Bereits oben wurde darauf hingewiesen, dass der von einem hellen Fleck an der Electrode ausgehende Metalldampf höchst wahrscheinlich durch electriche Kräfte vorwärts getrieben wird. Aus ähnlichen Gründen wie in anderen Fällen von electriche Diffusion¹⁾ dürfte auch hier die Diffusion mit

1) Vgl. O. Lehmann, Wied. Ann. 52. p. 458. 1894; Zeitschr. für phys. Chem. 14. p. 301. 1894; F. Kohlrausch u. Heydweiller, Wied. Ann. 54. p. 385. 1895; Warburg, l. c. p. 396.

Convection vereint auftreten, derart dass die Metallatome sich nicht nur zwischen den Luftmoleculen ausbreiten, sondern auch der ganzen Luftschicht einen Bewegungsimpuls geben, sodass diese von der Electrode fortströmt und, einen Wirbel bildend, in gebogenen Bahnen wieder dahin zurückkehrt.

Diese in unmittelbarer Nähe der Electrodenenden stattfindende Wirbelbewegung wird die allgemeine Luftströmung im Recipienten wenig beeinflussen und bei Anwendung der früher benutzten Mittel zur Sichtbarmachung dieser Strömung um so weniger hervortreten, als infolge der hohen Temperatur in der Nähe der Electroden alle Dunst- und Russpartikelchen sich daselbst sofort verflüssigen. Die früheren Resultate sprechen also nicht gegen das Vorhandensein einer solchen Wirbelbewegung.

Dass sie thatsächlich existirt, lässt sich aber leicht erkennen bei Anwendung dünnerer Eisenelectroden, von welchen gerade von der hellen stark erhitzten Stelle aus ein Feuerwerk von hellstrahlenden Funken ausgeht, welche durch ihre Bahnen den Bewegungszustand des Gases ebenfalls erkennen lassen.

Diese Bahnen verlaufen nun, speciell an der Kathode, wo sich vorwiegend Eisendampf bildet, so wie Fig. 10 andeutet; wenden sich also erst von der Kathode ab, kehren dann wieder zurück, um sich dann abermals abzuwenden, worauf sie ziemlich genau in gerader Richtung bis zur Wand des Recipienten weiter verlaufen und sodann dem Reflexionsgesetze entsprechend scharf gebrochen werden.

Die Kraft, mit welcher die Funken von der Electrode fortgeschleudert werden, ist augenscheinlich eine recht beträchtliche. Ueber die Natur derselben ist meines Wissens Näheres nicht bekannt, indess ist sie jedenfalls keine electriche, da das Funkensprühen bei jedem verbrennenden Eisendraht beobachtet werden kann.

Ofters beobachtete ich spiralgig gewundene oder epicyclodische Bahnen der Fünkchen, gerade als ob die Fünkchen auf ihrer geradlinigen Bahn gleichzeitig eine Kreisbewegung mit kleinem Radius ausführten.

Die Ursache dieser auffälligen Erscheinung dürfte die Abweichung der Form der Eisenpartikelchen von der Kugel-

form im Verein mit dem Luftwiderstand sein, wie z. B. beim Bumerang. Auch könnten aus der Verbrennung der Theilchen resultirende Reactionskräfte, ähnlich wie bei steigenden Raketen, zur Wirkung gelangen.

Die Ablenkung der Funken beweist also deutlich das Vorhandensein einer von der Kathode ausgehenden wirbelnden Bewegung, welche ich kurz den *Kathodenwirbel* nennen will. Durch diesen Wirbel wird auch der ankommende Kohledampf zur Seite geblasen, sodass er nach der Condensation als ein dem Sack aufgesetzter Trichter erscheint (Fig. 11), welcher sich unter Umständen auch, der Form des Wirbels entsprechend, gegen die Kathode hin wieder verengen kann.

Der entsprechende Wirbel an der Anode scheint, wenigstens bei Eisenelectroden, der geringeren Menge von Metaldampf wegen, geringere Energie zu besitzen und sich mehr in die Länge zu ziehen. Es ist deshalb für die Formänderung, welche der Sack erleidet, ziemlich gleichgültig, welche der Electroden die obere ist, die Einschnürung erscheint stets an der Kathode.

Da, wo der von der Anode kommende Luftstrom mit dem Kathodenwirbel zusammentrifft, breitet er sich auf demselben aus und bildet ebenfalls einen Wirbel, welcher unter Umständen gleichfalls gelbleuchtend erscheint (Fig. 12).

Es kommt vor, dass von dem ganzen Sack nur dieser gelbe Wirbelring sichtbar ist, welcher frei inmitten der Aureole zu schweben scheint¹⁾ (Fig. 13). Häufiger sind aber einzelne Theile der Seitenwandung des Sackes allein vorhanden, sodass innerhalb der Aureole eigenthümlich eingeknickte gelbe Streifen zu schweben scheinen (Fig. 14).

Bei noch mehr gesteigerter Stromstärke nimmt die Höhe des gelben Sackes abermals zu und er erhält an beiden Enden Einstülpungen, welche die Electroden aufnehmen (Fig. 17). Die Einstülpung an der Anode schliesst sich eng an dieselbe an, diejenige an der Kathode ist dagegen viel weiter und nimmt den ganzen Kathodenwirbel auf.²⁾

1) Auch bei Abwesenheit von Fettdampf kann derselbe als rothgelb leuchtende Gasmasse erscheinen.

2) Zuweilen zeigt sich auch eine der Glimmentladung entsprechende engere Hülle an der Kathode, auch wohl neben derselben eine zweite rothgelb leuchtende, vermuthlich durch Eisendampf verursachte.

Von der Einschnürung des Sackes steigen in der Regel, den allgemeinen Strömungslinien folgend, gelbleuchtende Fäden auf, welche schliesslich, sich abkühlend, in Russfäden endigen. Sie lassen erkennen, dass durch den Kathodenwirbel der Kohledampf gegen die Einschnürung des Sackes hingedrängt wird, sodass er dort in grösserer Dichtigkeit auftritt als an anderen Stellen.

Scheinbar sind diese Verhältnisse ausserordentlich einfach, indess lehrt die eingehende Untersuchung, dass weit complicirtere Fälle eintreten können, als der eben besprochene.

So kann sich unterhalb des ersten Wirbelringes ein zweiter ausbilden (Fig. 15), unter diesem wieder ein dritter etc., ja es kann sich der ganze Sack aus zehn bis zwanzig und noch mehr Wirbelringen zusammensetzen (Fig. 16), von welchen jeder nach aussen Russfäden in die Höhe sendet und nach innen eine Einschnürung des Sackes veranlasst, welche mit einer Schicht des positiven Lichtes sehr viel Aehnlichkeit zeigt und zuweilen nur durch die Oeffnung in der Mitte sich von einer solchen unterscheidet.

Treten solche Schichten des positiven Lichtes gleichzeitig mit den Wirbelringen auf, so zeigt sich in der Regel eine auffallende Beziehung zwischen beiden. Die gelben Einschnürungen des Sackes greifen zwischen die rothen¹⁾ Schichten hinein (Fig. 17), als ob sie durch diese veranlasst wären und ihre Entstehung lediglich dem Umstande verdankten, dass in dem dunkeln Raume zwischen zwei rothen Schichten die Temperatur niedriger ist als in den rothen Schichten selbst.

Nicht immer stimmt aber die Zahl der Einschnürungen des Sackes mit derjenigen der rothen Schichten überein, sie kann nur die Hälfte, ein Drittel oder noch weniger betragen, es können auch die Wirbelerscheinungen und Rauchfäden ganz fehlen und die Einschnürungen des Sackes nur als Rippungen auf der Innenseite erscheinen, ja es kann der Sack scheinbar aussen und innen glatt, aber durch papierdünne dunkle Scheidewände unterbrochen sein (Fig. 18), deren jede einer Gruppe Schichten des positiven Lichtes entspricht, gerade als ob sie

1) Richtiger müsste man graugrün sagen, indess ist die Farbe der positiven Schichten nach der Natur des Gases sehr veränderlich.

die Fortsetzung der ersten dieser Schichten wäre, während die übrigen zu geringe Ausdehnung besitzen, um den Sack noch beeinflussen zu können, oder als ob sie an den Rändern mit der ersten Schicht vereinigt wären.

Berücksichtigt man, dass in dem gelben Sack das Gas in gleichmässiger langsamer Strömung von unten nach oben sich befindet, so beweist dieser Versuch, dass die Schichtenbildung unmöglich auf Anhäufung besser und schlechter leitender Gasschichten beruhen kann, da ja die Gastheilchen, welche dieselben zusammensetzen, fortwährend wechseln.

Andererseits kann das plötzliche Verschwinden der Russ-theilchen, sobald sie bei ihrer aufsteigenden Bewegung in eine leuchtende Schicht eintreten, nur in der Weise gedeutet werden, dass dort die Temperatur so hoch ist, dass sie verdampfen und erst nach dem Verlassen der Schicht sich wieder ausscheiden. Daraus folgt, dass die Stromwärme in den hellen und dunkeln Schichten eine wesentlich verschiedene ist.

Der Mangel einer Ausbiegung der Stromlinien um die dunkeln Schichten herum erscheint nun nur verständlich, wenn Spannungsdifferenz und Stromstärke, somit die Stromarbeit für beide dieselben sind. Das Resultat der Stromarbeit in den dunkeln Schichten, welche auch bei ruhendem Gas (wie in Geissler'schen Röhren) lange Zeit unverändert bleiben, kann aber nicht etwa etwas anderes sein als Wärme. Es dürfte also überhaupt unmöglich sein auf Grund der Annahme, die Entladung im Lichtbogen sei eine stationäre electriche Strömung, zu einer Erklärung der Schichtung zu gelangen, vielmehr dürfte es nothwendig sein anzunehmen, jede Schicht stelle eine gesonderte Partialentladung dar, wie ich schon gelegentlich einer früheren Untersuchung¹⁾ angenommen hatte.

Zu jener Annahme wurde ich geführt durch die Untersuchung des Entladungspotentialgefälles in electrodenlosen Vacuumröhren.²⁾ Man denke sich in der Nähe eines isolirten kugelförmigen Conductors in radialer Richtung (in einer Reihe

1) Wie etwa Erzeugung chemischer Energie, wobei eine Anhäufung der Producte der chemischen Trennung eintreten musste.

2) O. Lehmann, Wied. Ann. 22. p. 340. 1884.

3) l. c. p. 342 und Wied. Ann. 47. p. 426: 1892.

hintereinander) eine Anzahl evacuirter Glaskugeln aufgestellt. Wird der Conductor plötzlich geladen, so wird zunächst die erste Kugel aufleuchten, indem in ihr Influenz eintritt, wie in einem isolirten metallischen Leiter; dadurch wird aber das electrische Feld derart geändert, dass nun auch in der zweiten Entladung eintreten muss, und diese wird wieder Entladung in der dritten veranlassen etc. Die zugewandten Seiten der Glasgefässe werden hierdurch entgegengesetzt electrisch werden. Man denke sich nun das Glas etwas leitend und die Zwischenräume der Glasgefässe durch schlecht leitende Stoffe überbrückt. Nach einiger Zeit werden sich die entgegengesetzten Ladungen ausgeglichen haben und es kann, falls die Spannung auf dem Conductor constant gehalten wird, von neuem Entladung eintreten. In regelmässigen Pausen wird sich dieser Vorgang wiederholen und dabei stellt jede Entladung in einer Kugel eine gesonderte Partialentladung dar.¹⁾

Auch bei dieser Annahme müssen wir also Sonderung des Gases in gut und schlecht leitenden Schichten annehmen, indess ist nicht nothwendig anzunehmen, dass dieselben dauernd bestehen, vielmehr würden dieselben in jedem Momente neu entstehen, da das Aufhören einer Partialentladung nicht durch das Vorhandensein einer schlecht leitenden Schicht bedingt ist, sondern durch die Langsamkeit der Zuströmung der Energie, welche nur mit der Geschwindigkeit $3 \cdot 10^8$ m pro Secunde zu wandern vermag, während das Verschwinden der Energie in der Schicht, in welcher Entladung stattfindet, fast momentan geschieht.²⁾ Die Zahl der Partialentladungen pro Secunde wird natürlich eine sehr grosse sein müssen und den Hertz'schen Untersuchungen zufolge³⁾ kann sie unter gewissen Umständen nicht kleiner sein als 1—2 Billionen.

Die durch eine Partialentladung fortgeführte Electricität wird sich an den Grenzen der Schicht in Form electrischer Atomladungen anhäufen, welche nur langsam convectiv weiter wandern und sich mit den von entgegengesetzter Seite kommenden ausgleichen können. Die erste Serie von Partialentladungen

1) Vgl. dagegen G. Wiedemann, *Electr.* 4. (1) p. 581. § 756.

2) O. Lehmann, *Wied. Ann.* 22. p. 344. 1884.

3) H. Hertz, *Wied. Ann.* 19. p. 782. 1883.

wird sich also auf die Axe der Entladung beschränken. Die zweite Serie kann hier der angehäuften Electricitäten wegen nicht eintreten, wohl aber daneben und zwar nicht weit davon, da dort das Gas erhitzt, also besser leitend geworden ist.

Die Schichten, welche also zuerst nur Punkte auf der Axe waren, werden sich seitlich ausbreiten zu leuchtenden Flächen und zwar wird die Ausbreitungsrichtung übereinstimmen mit der Richtung, in welcher von aussen die Energie zuströmt, ebenso wie ein Krystall nach der Richtung am schnellsten wächst, von welcher ihm am meisten krystallisirbares Material zugeführt wird. Die Form der Schichten wird also der Form der Stromflächen der Energie, d. h. den Niveauflächen entsprechen müssen.

IX. Die Niveauflächen der Entladung.

In einem bezüglich des electrischen Widerstandes homogenen Körper verlaufen die Niveauflächen des Potentials bei stationärer Strömung bekanntlich senkrecht zu den Stromlinien. Dies gilt nicht mehr genau für einen Körper von ungleichmässigem specifischen Widerstand und für nicht stationäre Strömung.

Versucht man nun in Fig. 7 (rechte Hälfte) die Niveaulinien einzutragen, so erhält man eine Zeichnung (Fig. 19), welche in überraschender Weise die Schichtung darstellt, welche man thatsächlich beobachtet, wenn auch die Schichten sich in Wirklichkeit nicht bis zur äussersten Grenze der Aureole fortsetzen.

Die Uebereinstimmung ist allerdings keine ganz vollkommene, wie man aus den Fig. 20—24 erkennen kann, welche die Schichtung für die reine Lichtbogen- und Gasentladung und für die Fälle, bei welchen sich das eine oder beide Glimmlichter auf Punkte reducirt haben, darstellt.

Vollkommen wird aber die Uebereinstimmung, wenn man annimmt, der specifische Widerstand des Gases vermindere sich mit wachsender Stromdichte, was nach Hittorf nothwendig angenommen werden muss, und wenn man ausserdem Rücksicht nimmt auf die Thatsache, dass an der Kathode ein eigenthümlicher Widerstand auftritt, welcher die Entstehung

eines starken Potentialabfalls, des sogenannten Kathoden-gefälles, zur Folge hat.

Sehr merkwürdig ist der Verlauf der Schichten zwischen zwei dicken cylindrischen Electroden, welchen Fig. 24 darstellt. Man muss hier berücksichtigen, dass für den Verlauf der Niveaulinien an den Electroden nur die hellen Punkte maassgebend sind, an welchen die Electricität thatsächlich austritt. Die übrige Oberfläche der Electroden scheint sich mit einer ihre Ladung compensirenden electrischen Schicht zu bedecken, welche, wie bei einem leitenden Hinderniss (§ V), eine unwirksame Doppelschicht bildet. Aber auch in dieser Beziehung zeigt sich hier eine Anomalie, insofern da, wo die zurückgebogenen Schichten die Anode treffen, Glimmlicht auftritt. Vermuthlich ist die Strömung in demselben zu schwach, um den Verlauf der Schichten stören zu können.

Einen anderen sehr interessanten Verlauf der Schichtung beobachtete ich bei Annäherung dünner in grosse Blechscheiben eingesteckter Electroden. Das positive Licht, welches gewöhnlich vom negativen durch den sogenannten dunkeln Trennungsraum getrennt ist, sprang plötzlich auf dieses über, und zwar in dem Maasse, als man die Electroden näherte, eine Schicht nach der anderen, sodass auf das negative Glimmlicht conische rothe Ringe aufgesetzt erschienen; ja schliesslich ging das positive Licht selbst auf das auf der Platte ausgebreitete negative Licht über (Fig. 25) und zuweilen endete diese blaue Glimmlichtscheibe auf der Kathode in einem damit unmittelbar zusammenhängenden, der Platte ebenfalls ziemlich dicht anliegenden rothen Ring, sodass also die Kathode auf einer vielleicht ein Quadratdecimeter messenden Ringfläche mit positivem Licht bedeckt erschien, welches, wie auch das blaue Glimmlicht, etwas gegen die Anode zu aufgebogen war.

Der Verlauf der Schichtung bei Fig. 25 lässt deutlich erkennen, dass die von der Anode ausgehenden Stromlinien regelmässig bis zur leuchtenden Hülle der Kathode, d. h. bis zur Grenze des negativen Glimmlichtes verlaufen, dann aber scharf, nahezu in rechtem Winkel umbiegen, um in die Kathode einzutreten.

Eine solche scharfe Brechung der Stromlinien muss an der Grenze zweier Medien von verschiedenem Leitungsvermögen

eintreten und derart verschiedenes Leitungsvermögen, welches in der Verschiedenheit des Potentialgradienten zum Ausdruck kommt, zeigen thatsächlich das roth und das blau leuchtende Gas bei Entladungen. Die Beobachtung widerspricht also nicht der Annahme, dass die Schichten die Niveauflächen oder Stromflächen der Energie darstellen.

Karlsruhe, 20. April 1895.

9. Ueber die Doppelbrechung der electricischen Strahlen; von A. Righi.

Im zweiten Hefte des laufenden Jahrganges dieser Annalen befindet sich eine Abhandlung von Hrn. K. Mack, worin Versuche beschrieben sind, welche darthun, dass eine parallel zu den Fasern geschnittene Tannenholzplatte sich gegen die electricischen Strahlen ebenso verhält, wie eine doppelbrechende Platte gegenüber den Lichtstrahlen. Besagte Abhandlung ist vom November 1894 datirt.

Bereits am 27. Mai 1894 habe ich indessen der Akademie der Wissenschaften in Bologna eine Abhandlung¹⁾ vorgelegt, welche sich auch schon seit mehreren Monaten in den Händen des Publikums befindet und in welcher — und zwar in §§ 41, 42 und 48 — den Versuchen des Hrn. Mack gleichwerthige Experimente, sowie andere von analoger Bedeutung beschrieben sind. Durch diese Experimente habe ich nicht nur die Doppelbrechung der electricischen Strahlen im Holze und die verschiedene Absorption der letzteren, je nachdem ihre Schwingungen parallel oder senkrecht zu den Holzfasern stattfinden, constatirt, sondern ich erhielt auch im Holze die Erscheinungen der elliptischen und circularen Polarisation, die letztere mit Hülfe einer Holzplatte von solcher Dicke, dass sie sich wie eine $\lambda/4$ -Platte verhielt. Auch ich verglich, wie Hr. Mack, das Verhalten des Holzes mehr mit demjenigen des Turmalins als des Kalkspaths oder Quarzes.

Den Versuch des Hrn. Mack, welcher das Fehlen der Doppelbrechung in einer senkrecht zu den Fasern geschnittenen Holzplatte nachweist, habe ich — obschon auch mir natürlich

1) Ueber electricische Schwingungen von kleiner Wellenlänge, und über ihre Verwendung zur Hervorbringung von Erscheinungen, welche den hauptsächlichsten optischen Erscheinungen analog sind. — Mem. R. Acc. delle Scienze Bologna (4) 4. p. 487. Ein Auszug dieser Abhandlung ist Nuov. Cim. (4) 1. p. 25—40. 1895, ein anderer Beibl. 19. p. 357 erschienen; eine Uebersetzung wird demnächst in der Zeitschrift L'Eclairage Electrique erscheinen.

die Idee desselben gekommen war — nicht ausgeführt, weil mir das Resultat, zu welchem derselbe führen musste, aus Gründen der Symmetrie a priori evident schien.

Ich bin überzeugt, dass Hr. Mack meine Abhandlung noch nicht kennt, oder sie wenigstens zur Zeit der Einsendung seiner Arbeit an die „Annalen“ nicht kannte; und es freut mich, dass seine Versuche die von mir zuvor publicirten durchaus bestätigen. Ich muss jedoch hinzufügen, dass ich sein Vertrauen in die Möglichkeit, die Doppelbrechung electrischer Strahlen mit Hülfe einer Kalkspathplatte zu erhalten, nicht theile, und zwar aus den Gründen, die ich im § 48 meiner Abhandlung dargelegt habe. Jedenfalls beabsichtige ich demnächst meine Untersuchungen über diesen Gegenstand, von welchen ich eine Zeitlang durch andere Arbeiten abgehalten wurde, wieder aufzunehmen.

Bologna, Phys. Institut der Universität, März 1895.

10. Ueber ein Normalbarometer für das Laboratorium; von K. R. Koch.

Wenn für irgend welche Untersuchungen genauere Werthe des Luftdruckes nothwendig sind, so pflegen sich diese auf die Angaben eines sogenannten Normalbarometers zu stützen. Wohl einem jeden ist es hierbei schon peinlich gewesen, dass die Richtigkeit der Angaben desselben nur auf Treu und Glauben in den Namen des Verfertigers beruhen, da es nicht möglich ist, diese Angaben in anderer Weise zu verificiren. Wie wenig zuverlässig diese jedoch sind, geht wohl am besten aus der Zusammenstellung der Untersuchungen von Waldo, Sundell und Brounow, 1883—1887 von Hrn. Köppen¹⁾ hervor, indem sich hierbei Unterschiede der sogenannten Normalbarometer gegeneinander von über 0,6 mm ergaben, während die Ablesevorrichtungen der meisten dieser Barometer doch wohl eine Genauigkeit von 0,01 bis 0,02 mm gestatteten. Gewöhnlich wird man sich nun trotzdem mit den Angaben seines sogenannten Normalinstrumentes begnügen, unangenehm fühlbar wird jedoch diese Unsicherheit, wenn das betreffende Institut, wie das physikalische der hiesigen Technischen Hochschule zwei sogenannte Normale besitzt, die in ihren Angaben nicht unwesentlich voneinander abweichen. Beide stammen von berühmten Barometerfabrikanten, scheinbar ist das Vacuum bei beiden gut²⁾, die Scala richtig; die Abweichungen beider sind zudem nicht constant, sondern ändern sich unregelmässig. Fasst man die möglichen Fehlerquellen ins Auge, so scheinen hauptsächlich die folgenden hierbei in Betracht zu kommen. Da das Mittel aus allen Beobachtungen für das Barometer *A* einen niedrigeren Stand ergibt als für *B*, so müsste entweder in *A* das Vacuum nicht so vollkommen sein, wie in *B*, oder die specifischen Gewichte des Quecksilbers sind in den beiden

1) Köppen. Met. Zeitschr. 7. p. 241. 1890 ff.

2) In das eine ist bei einem Transport neuerdings Luft hereinkommen und es ist deshalb behufs erneuerter Füllung auseinandergenommen.

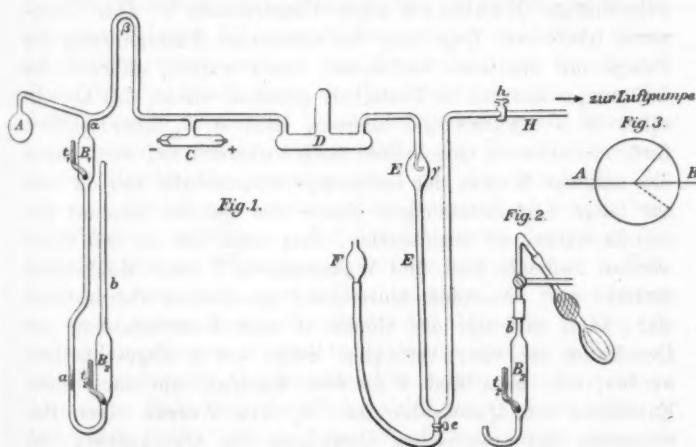
Barometern verschieden. Die Unregelmässigkeiten der Differenzen zwischen beiden erklären sich wohl einwurfsfrei theils aus Wirkungen von Capillaritätsfehlern des einen, dessen Lumen nur 12 mm betrug, anderentheils und wie ich glaube der Hauptsache nach daraus, dass die attachirten Thermometer nicht genau die Temperatur des Quecksilbers angeben. Die Untersuchungen mit dem zu beschreibenden Normalbarometer werden die Richtigkeit dieser letzten Behauptung bestätigen.

Ich bemühte mich deshalb ein verhältnissmässig einfaches Barometer zu construiren, dessen Vacuum sich jederzeit prüfen, bei dem die Temperatur der Quecksilbersäule sich einwurfsfrei messen lässt und das jederzeit, wenn nöthig, erlaubt, das specifische Gewicht seines Quecksilbers mit der nöthigen Präcision zu bestimmen; die Weite der Rohre, in denen die Beobachtung stattfand, wurde selbstverständlich so gross gewählt (25—30 mm), dass die Capillaritätsfehler verschwindend klein sind.

Zunächst wurde die grösste Sorgfalt auf möglichste Reinheit des Quecksilbers verwendet; diese Reinigung geschah folgendermaassen. Das mit verdünnter Salpetersäure geschüttelte, dann gewaschene und getrocknete Quecksilber fiel (durch die eigene Schwere durch Waschleder gepresst) in äusserst feinen Tropfen durch ein ca. $1\frac{1}{2}$ m langes Rohr, das mit Eisenchloridlösung gefüllt war; nachdem es unter verdünnter Salzsäure gesammelt war, wurde es gewaschen, getrocknet und alsdann nochmals in derselben Weise behandelt, darauf passirte es wiederum in feinen Tröpfchen ein ebensolches Rohr, das mit Kalilauge gefüllt war, dies geschah so oft, bis eine Probe mit *reinstem* Aether geschüttelt keine Trübung mehr hervorbrachte. Auf diese Weise glaube ich das Quecksilber von Leichtmetallen und Fett nach Möglichkeit gereinigt zu haben. Das wiederum mit destillirtem Wasser gewaschene und dann getrocknete Quecksilber wurde alsdann zweimal im Vacuum destillirt und wurde beim Einfüllen in das Barometerrohr, da dies durch Ueberdestilliren geschah, noch einer dritten Destillation unterworfen, sodass hierdurch das Quecksilber auch von Schwermetallen als gereinigt anzusehen ist.

Das Barometer war nun folgendermaassen construirt.

An ein Gefäß *A* (vgl. Fig. 1) zur Aufnahme des zur Füllung bestimmten Quecksilbers schliesst sich ein horizontales Rohrstück an, bei dem bei α T-förmig das Barometer $B_1 B_2 b$ angeschmolzen ist; bei der Füllung ist dies Rohr b oben geschlossen. Zur genaueren Bestimmung der Temperatur des Quecksilbers im Barometer sind in B_1 und B_2 in $\frac{1}{10}$ Grad getheilte Thermometer eingeschmolzen, die mithin *direct* in das Quecksilber des Barometers tauchen, bei α ist eine Bunte'sche Spitze angebracht. Von α aus setzt sich das horizontale Rohr weiter fort, bildet bei β einen ca. 40 cm



hohen Bogen, um zu verhindern, dass Quecksilber bei dem Ueberdestilliren in die anderen Theile des Apparates gelangt; weiter schliesst sich dann das Rohr *C* an, in das zwei Electroden eingeschmolzen sind, um die Güte des Vacuums des Apparates nach Hrn. Grumnach's Vorschlag¹⁾ zu prüfen; darauf folgt bei *D* ein längliches weites Rohr, das mit Phosphorsäureanhydrit gefüllt ist, um die Feuchtigkeit zu beseitigen; endlich befindet sich bei *E* ein längeres U-förmiges Rohr, bei γ mit einem Quecksilberfang versehen, das einen Barometerabschluss gegen die Luft bildet. Das Rohr hat an seiner tiefsten Stelle einen mit Hahn versehenen Ansatz *e*, der durch

1) Grumnach, Zeitschr. f. Instr. 1. p. 248. 1886.

einen Schlauch mit dem Quecksilberreservoir F in Verbindung steht; das Stück H des Rohres mit dem Hahne h dient zum Anschluss an die Quecksilberluftpumpe.

Die Füllung des Barometers geschah in der Weise, dass man durch die Quecksilberluftpumpe in dem ganzen Apparat, nachdem durch Senken des mit Quecksilber gefüllten Reservoirs F die Verbindung mit der an H angeschmolzenen Quecksilberluftpumpe hergestellt war, ein gutes Vacuum herstellte, sodass in dem Rohr C die Kathodenstrahlen durch das ganze Rohr hindurch auftraten; die benutzte Luftpumpe war eine selbstthätige Kahlbaum'scher Construction.¹⁾ Das Barometer blieb zwei Tage lang bei dauernder Functionirung der Pumpe mit derselben verbunden; dann wurde, während die Luftpumpe dauernd in Thätigkeit gehalten wurde, das Quecksilber in A erwärmt und langsam nach $B_1 B_2$ überdestillirt. Luft, die etwa im Quecksilber noch vorhanden ist, wird durch das ständige Wirken der Luftpumpe fortgeschafft und da vorher lange Zeit Entladungen durch den ganzen Apparat geschickt waren, ist anzunehmen, dass auch die an den Glaswänden haftende Luft und Wasserschicht²⁾ nach Möglichkeit entfernt war. Nachdem hinreichend Quecksilber überdestillirt war, kann entweder das Gefäß A nach Unterbrechung der Destillation an einer verengten Stelle vor a abgeschmolzen werden, oder man lässt A an dem Apparat, um nach einer Entnahme von Quecksilber aus B_2 zum Zwecke einer Bestimmung des specifischen Gewichtes des Quecksilbers die nöthige Menge von A aus wieder ergänzen zu können. Es wäre so möglich zu constatiren, ob sich das specifische Gewicht des Quecksilbers eventuell im Laufe der Zeit durch irgend welche Ursachen ändern würde. Es ist nun noch b vorsichtig zu öffnen, was am besten durch Anfeilen der Spitze und Abbrechen derselben in einem darüber gezogenen mit Hahnen verschlossenen Stücks Kautschukschlauch geschieht. Durch Oeffnen des Hahnes bei e und Heben des Quecksilbergefäßes F wird dann der Barometerverschluss hergestellt; alsdann kann das Barometer bei H von der Quecksilberluftpumpe

1) Kahlbaum, Wied. Ann. 53. p. 192 ff. 1894.

1) Frick, Phys. Technik, 6. Aufl. ed. Lehmann 1. p. 384.

abgesprengt werden, man lässt dann durch h vorsichtig Luft eintreten und schliesst darauf e und h . Hierbei bemerkt man an dem Crookes'schen Rohr, nachdem das Quecksilber in E eingetreten, dass das Vacuum schlechter geworden ist — direct durch Messung ist jedoch diese kleine Druckzunahme nicht zu constatiren. — Nach einiger Zeit hat sich das Vacuum jedoch wieder gebessert; es scheint mithin die Verschlechterung hauptsächlich von Feuchtigkeit, die dem Quecksilber in E und F anhaftet, herzurühren. Mit einem durch b eingeführten Heber wurde dann soviel Quecksilber aus B_2 entnommen, dass bei mittlerem Barometerstand das Quecksilber in beiden Gefässen B_1 und B_2 einen mittleren Stand einnimmt, dieses Quecksilber wurde zugleich zur Feststellung des specifischen Gewichtes des Quecksilbers des Barometers benutzt. An das Rohr b wurde vermittelst Kautschukverbindung ein Dreiweghahn angesetzt, dessen einer Schenkel (vgl. Fig. 2) mit einem kleinen Handgebläse communicirte, um das Quecksilber im offenen Schenkel nach stattgehabter Beobachtung jeweils herunterdrücken zu können. Vor dem Gebrauche dreht man den Dreiweghahn um 90° , sodass B_2 mit der äusseren Luft in Verbindung gesetzt ist; man beobachtet auf diese Weise immer an einer reinen Quecksilberoberfläche. Da die Röhren B_1 und B_2 mindestens 25 mm lichte Weite besitzen sollen, so ist ein messbarer Capillaritätsfehler wegen des Steigens in dem einen Rohr und des Sinkens in dem anderen nicht zu befürchten. Der ganze Apparat war auf einem eichenen Rahmen montirt und dieser an der Hauswand befestigt.

Die Ablesungen wurden anfänglich mit einem fest aufgestellten Kathetometer gemacht, doch verliess ich bald diese Methode, da die scheinbare Genauigkeit der Ablesung durch die Unsicherheit der Einstellung auf die Quecksilberoberflächen in den weiten Röhren illusorisch wird. Ich führte vielmehr sowohl am oberen wie am unteren Meniscus die Marek'sche Ablesungsmethode ein, mit folgender Vereinfachung. Bei der Marek'schen Methode stellt man bekanntlich auf das reelle Bild eines Fadenkreuzes und auf das Spiegelbild desselben ein und nimmt als Ort der Oberfläche das Mittel aus beiden Ablesungen; ich benutze einfach (vgl. Fig. 3) einen schräg-stehenden Faden; ist AB die spiegelnde Oberfläche, so wird

sich der schrägstehe Faden in der in der Figur angegebenen Weise spiegeln, der scheinbare Schnittpunkt beider liegt in der Oberfläche. Die Einstellung des horizontalen Fadens im Ocular auf diesen Schnittpunkt liess sich mit grosser Schärfe ausführen.

Das spezifische Gewicht des aus dem Gefäss B_2 entnommenen Quecksilbers wurde in einem Uförmigen Pyknometer Sprengel'scher Form¹⁾ in bekannter Weise unter sorgfältiger Rücksichtnahme auf die von Hrn. Volkmann²⁾ beobachteten störenden Nachwirkungsdilatationen bestimmt und übereinstimmend das spezifische Gewicht des Quecksilbers reducirt auf 0° im Mittel gefunden

13,59535.

Das früher einmal von mir bestimmte spezifische Gewicht des Quecksilbers eines anderen Barometers war bedeutend höher nämlich 13,5971 gefunden. Da diese Differenz im spezifischen Gewicht die Höhe der Quecksilbersäule um ca. 0,1 mm ändern würde, so leuchtet ein, wie nothwendig unter Umständen die spezifische Gewichtsbestimmung sein kann.

Wie wenig ferner die Angaben des attachirten äusseren Thermometers mit der wahren Temperatur des Quecksilbers übereinstimmen, mag folgende kleine Tabelle zeigen.

Datum	attachirtes Thermo- meter	Inneres Thermometer		Mittel	Differenz, attach.—inn. Thermometer	Bemer- kungen
		oben	unten			
1895. 2. 13.						
11 ^h a. m.	18,50	18,60	17,70	18,15	+ 0,35	{ Das Zimmer hat Luftheiz.; um ca. 4 ^h p. m. wird die Heizung ab- gestellt.
1 ^h p. m.	20,80	21,30	19,75	20,53	+ 0,27	
3 p. m.	18,50	19,75	18,65	19,20	- 0,70	
1895. 4. 8.						
10 ^h a. m.	13,0	12,5	12,20	12,35	+ 0,63	{ Das Zimmer war ungeheizt
3 ^h p. m.	16,2	15,8	15,0	15,40	+ 0,80	

Sämmtliche Thermometer waren selbstverständlich calibrirt und ihre Correctionen bekannt.

Sollte nun aus irgend welchen Ursachen das Vacuum sich verschlechtert haben, so lässt sich bei H die Verbindung

1) Sprengel, Pogg. Ann. 150. p. 459. Taf. VI. Fig. 21. 1873.

2) Volkmann, Wied. Ann. 13. p. 209. 1881.

mit der Quecksilberluftpumpe leicht wiederherstellen und nach Senken des Reservoirs *F* das Barometer von neuem evacuiren.

In der Mitte der Messingscala ist ein kleines eisernes mit Quecksilber gefülltes Gefäß angebracht, in das ein Thermometer quecksilberdicht eingesetzt ist, um die Temperatur der Scala bestimmen zu können.

Auf diese Weise waren folgende Vortheile erreicht:

1. Das Vacuum ist durch die eingeschaltete Geissler'sche Röhre immer controllirbar und kann leicht durch Anschluss bei *H* an die Quecksilberluftpumpe, falls irgend eine Beschädigung eingetreten ist, wieder hergestellt werden.

2. Die modificirte Marek'sche Ablesung erlaubt sowohl am oberen wie am unteren Meniscus die gleiche Einstellungs-
genauigkeit von 0,01 mm und erfordert oben wie unten nur je eine Einstellung und Ablesung.

3. Durch Entnahme von Quecksilber aus dem offenen Schenkel lässt sich eine specifische Gewichtsbestimmung des Quecksilbers des Barometers vornehmen und dass zu diesem Zwecke herausgenommene Quecksilber durch erneute Destillation durch reines, trockenes und luftfreies aus der Kugel *A* ersetzen.

4. Die in das Quecksilber des Barometers selbst eintauchenden Thermometer erlauben eine einwurfsfreie Bestimmung der mittleren Temperatur der Quecksilbersäule.

5. Die mittlere Temperatur der Scala wird durch das attachirte Thermometer ebenfalls mit der nöthigen Genauigkeit bestimmt.

Stuttgart, Phys. Inst. d. techn. Hochschule, 5. April 1895.

11. Notiz über den Magnetismus des Asbests; von L. Bleekrode.

In dem in London erscheinenden „Electrical Review“ theilt Hr. A. S. C. Swinton¹⁾ mit, dass der Asbest ziemlich stark magnetisch sei. Da diese Thatsache bei der Herstellung gewisser Messapparate berücksichtigt werden muss, so habe ich die betreffenden Versuche wiederholt; und habe ich dabei gefunden, dass bei dem mir zur Verfügung stehenden Material²⁾ die magnetische Kraft sogar noch stärker ausgebildet ist, als Swinton erwähnt, insofern nicht starke Electromagnete nöthig waren, sondern schon ein gewöhnlicher guter Stahlmagnet zur Demonstration ausreichte. Man muss sich darüber wundern, dass diese Eigenschaft, welche dem Asbest in höherem Maasse zukommt, als den meisten magnetischen Metallen (mit Ausnahme von Nickel und Kobalt) so lange unbeachtet geblieben ist, trotzdem dieses Material namentlich in den letzten Decennien in die Hände vieler gekommen ist.

Faraday in seinen allbekannten Untersuchungen über das magnetische Verhalten verschiedener Substanzen zählt den Asbest unter die *schwach* magnetischen Körper, was auffallend ist, da er mit einem sehr starken Electromagneten gearbeitet hat. Schon viel früher, im Jahre 1778, hat mein Landsmann Brugmans, der bekanntlich zuerst den Diamagnetismus des Wismuths entdeckte, bei seinen äusserst zahlreichen Versuchen über den Magnetismus verschiedener Körper, den Asbest als ein ziemlich stark magnetisches Mineral bezeichnet.³⁾ Er erwähnt, dass der Stahlmagnet, welcher bei den Versuchen benutzt wurde, an jedem Pol etwa 1,5 kg tragen konnte und dass das untersuchte Material auf einer Quecksilberoberfläche sehr beweglich war. Er erkannte auch,

1) Swinton, Electric. Rev. 34. Nr. 880. 5 Oct. 1894.

2) Das Material stammt her von der Bell asbest Cy. in London.

3) Brugmans, Magnetismus seu de affinitatis magneticis observationes; ins Deutsche übersetzt von G. Eschenbach. Leipzig, 1781. p. 138.

dass die verschiedenen Arten des Asbest nicht in gleichem Grade sich magnetisch verhielten. Er unterscheidet „reifen“ Asbest, welcher aus kurzen, gleichlaufenden Fasern besteht mit strohgelber Farbe; derselbe ist stark magnetisch und hängt sich an den Polen an. Eine andere Art, welche er als „unreif“ bezeichnet, von grösserer Festigkeit und von prismatischer, oft balkenartiger Gestalt, ist schwach magnetisch.

Ich benutzte einen Stahlmagnet, der 3 kg an beiden Polen zusammen tragen konnte und fand, dass eine Asbestvarietät mit grünlicher Farbe und grosser Consistenz nur spurenweise angezogen wurde, wenn er in beweglicher Lage gegenüber den Polen des Magnetismus gebracht wurde; dagegen wurde ein Drahtgewebe (ohne Bindemittel zusammengeflochten) aus einer grauen Asbestsorte in geringer Entfernung zu beiden Polen angezogen und festgehalten, wie ein dünner Eisendraht. In noch auffallender Weise zeigte sich dieses an sehr dünnen Streifen, die aus dem sogenannten Asbestpapier geschnitten waren, z. B. von 40 mm Länge und 3 mm Breite. Diese hüpfen bereits aus 1 cm Entfernung zu den Polen eines kleinen Electromagneten, mit 5 kg Tragkraft. Dieser Streifen zeigte nachher (wie auch schon von Brugmans nachgewiesen wurde) eine geringe Polarität; wenigstens konnte ich bemerken, dass die Pole einer Declinationsnadel von den betreffenden Enden des Streifens nachher ungleich stark angezogen wurden. Mit einem Electromagneten von ca. 100 kg Tragkraft konnte der Streifen am vom Pole abgewendeten Ende auch deutlich feines Eisenpulver anziehen.

Eine quadratische Platte von Asbestpapier (Länge und Breite 15 cm), bewegte sich aus geringer Entfernung nach den Polen und konnte mit einem kleinen Uebergewicht noch daran befestigt bleiben. Selbstverständlich benehmen sich kleine Asbestfaser und Splitter dabei als feine Eisenspähne und kommen schon aus 8 cm Entfernung in Berührung mit den Polen. Allerdings sind die meisten Asbestpräparate für technische Zwecke mit einem Bindemittel, dessen Zusammensetzung ich nicht kenne, angefertigt, ich glaube jedoch, dass, wenn auch Eisen zu den Bestandtheilen gehören sollte, es hier, wie in dem Minerale selber, in chemischer Verbindung mit anderen Elementen vorkommt und deshalb nicht als die

Ursache des auffallend starken Magnetismus betrachtet werden kann; es gibt ja viele Eisenverbindungen, die mit gewöhnlichen Magneten keine Anziehung zeigen, und wie schon bemerkt, ein Präparat ohne Bindemittel war ebenfalls stark magnetisch.¹⁾

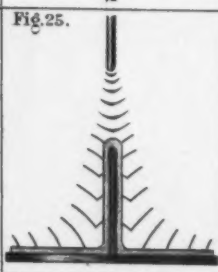
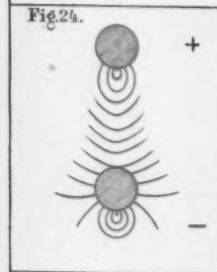
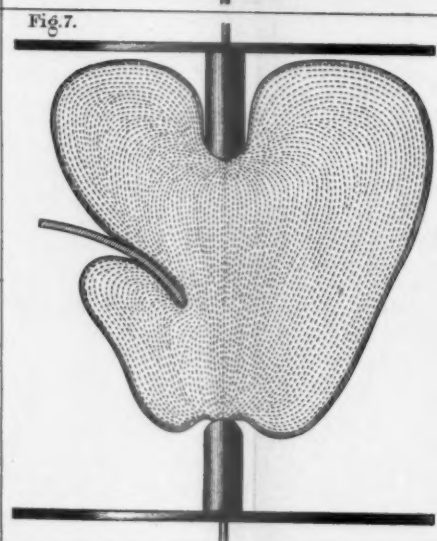
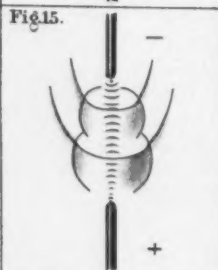
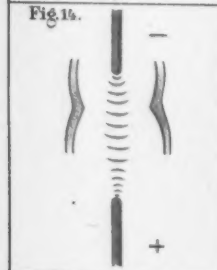
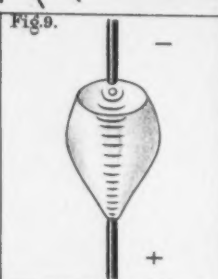
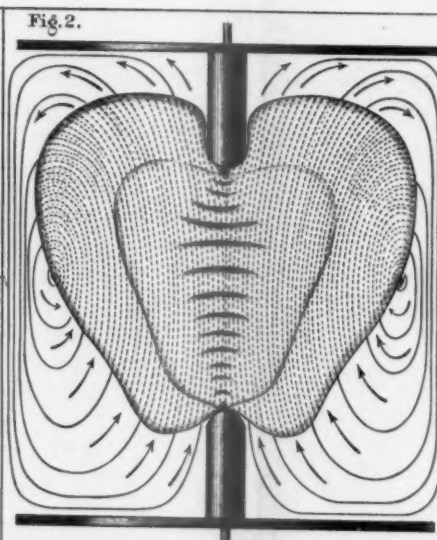
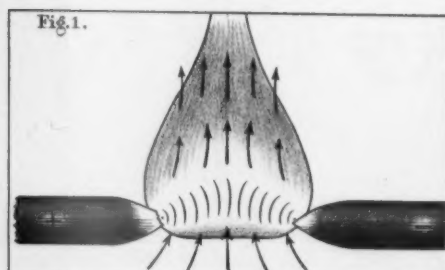
Jedenfalls darf man in der Praxis die Bemerkung Swinton's nicht ausser Betracht lassen, da die Anwendung von Asbestplatten in empfindlichen magnetischen Instrumenten Fehlerquellen veranlassen kann.

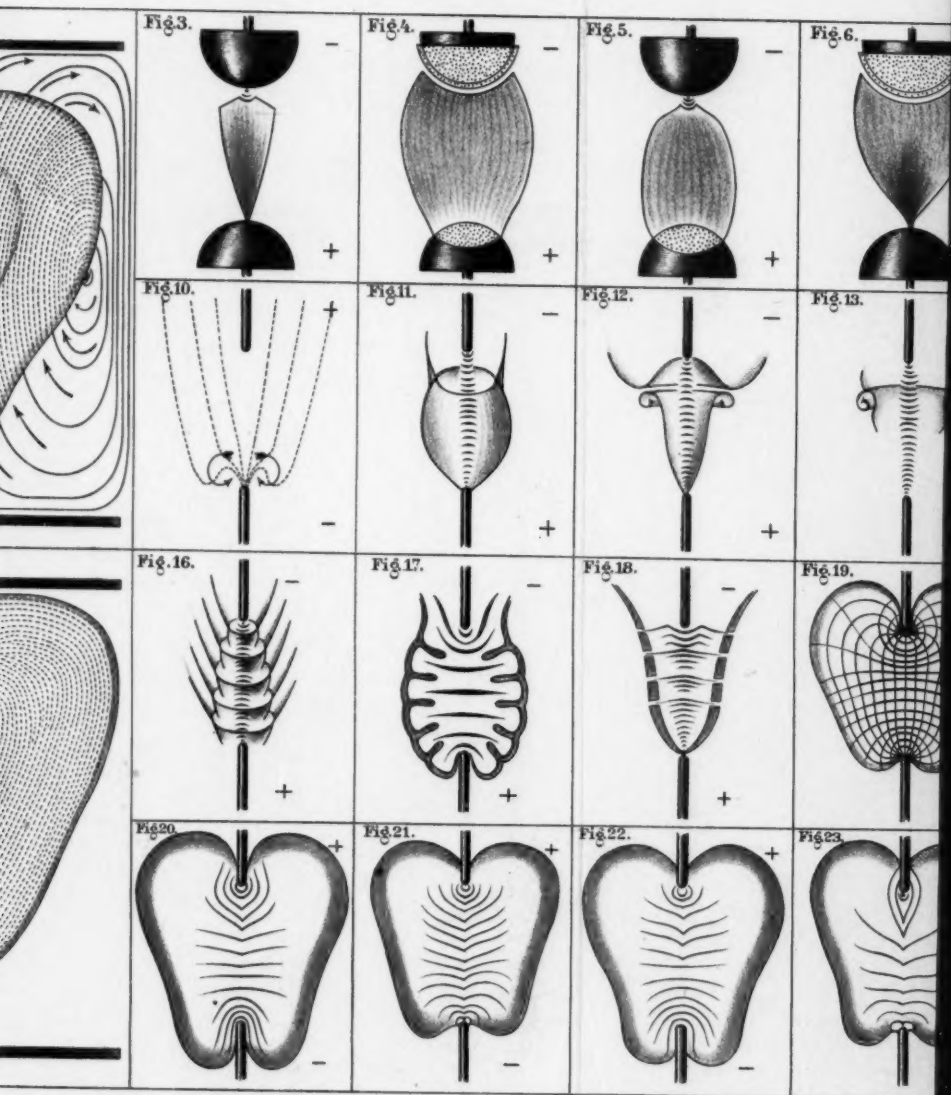
Haag, November 1894.

1) Ich habe den sich stark magnetisch zeigenden grauen Asbest auch während ein paar Stunden mit concentrirter Schwefelsäure gekocht; derselbe war dann vollständig weiss geworden und hatte die magnetische Eigenschaft beibehalten.

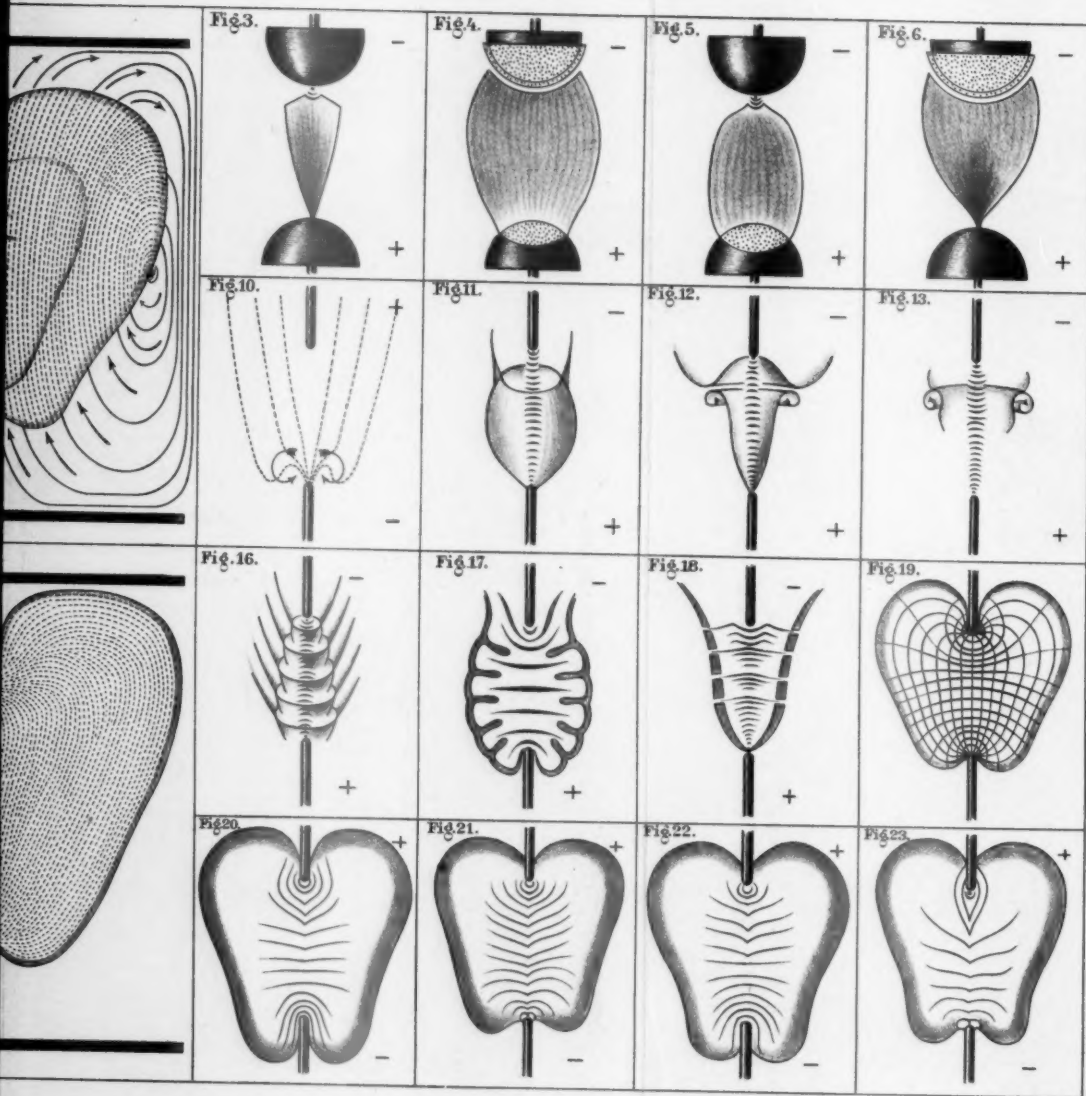
erden
chen
ein
ch.¹⁾
vin-
von
nten

asbest
rocht;
tische





O. Lehmann Fig. 1-25, Lietzau Fig. 26-28.



O. Lehmann Fig. 1-25, Lietzau Fig. 26-28.

Fig. 26.

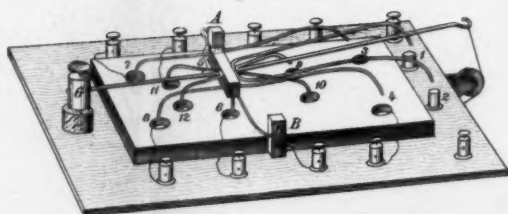


Fig. 27.

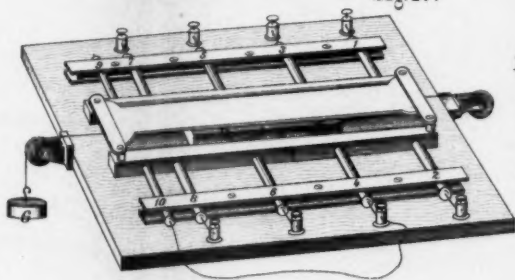
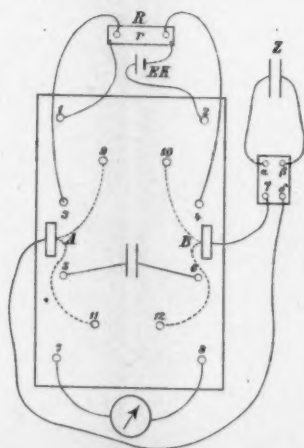


Fig. 28.



Schema zu Fig. 26.



Schema zu Fig. 27.

